

Tra diffidenza e innovazione: la meccanica in architettura

CARLO BAGGIO E ENRICO DA GAI

Un numero incalcolabile di strutture complesse, travature reticolari, archi, volte e cupole è stato realizzato dai tempi più remoti. Lo stato attuale delle conoscenze, tuttavia, non ha ancora chiarito quali fossero le cognizioni di statica degli antichi costruttori. L'andamento dei pesi all'interno delle masse murarie era comunque ben noto a Vitruvio che nel *Sesto Libro* mostra di conoscere l'effetto spingente esercitato dalle volte sui muri di sostegno. Sappiamo inoltre che Giustiniano, all'inizio del VI secolo, affidò a due architetti studiosi di meccanica la costruzione di Santa Sofia a Costantinopoli, la cui cupola rappresenta ancora oggi, sotto il profilo della statica, una struttura di notevole audacia. E così pure che le grandi imprese costruttive medievali implicavano conoscenze sull'andamento dei pesi all'interno delle membrature architettoniche: conoscenze che tuttavia ignoriamo nella loro espressione documentativa¹. E così in seguito, nei sempre più numerosi trattati di architettura, sono rare le indicazioni utili ai fini di una nostra conoscenza della materia. Francesco di Giorgio affrontò la questione dei baricentri, ben nota del resto già a tutti i costruttori antichi². E una singolarità storica fu certamente l'analisi statica del duomo di Milano compiuta alla fine del XV secolo da Leonardo³.

Non l'applicazione di speculazioni scientifiche ma una pratica affinata nei secoli portò dunque alle ardite soluzioni strutturali messe in atto, ad esempio, nella cupola di San Pietro (1588-90). Fu solo nel corso del XVIII secolo che scienza della meccanica e architettura entrarono in effettiva e non più prescindibile relazione⁴. Centrale nel compiersi di questo processo fu proprio la riflessione sulla struttura di archi e volte: è dunque su di essa e sul suo percorso storico che la nostra analisi si concentrerà.

Il "problema di Galileo"

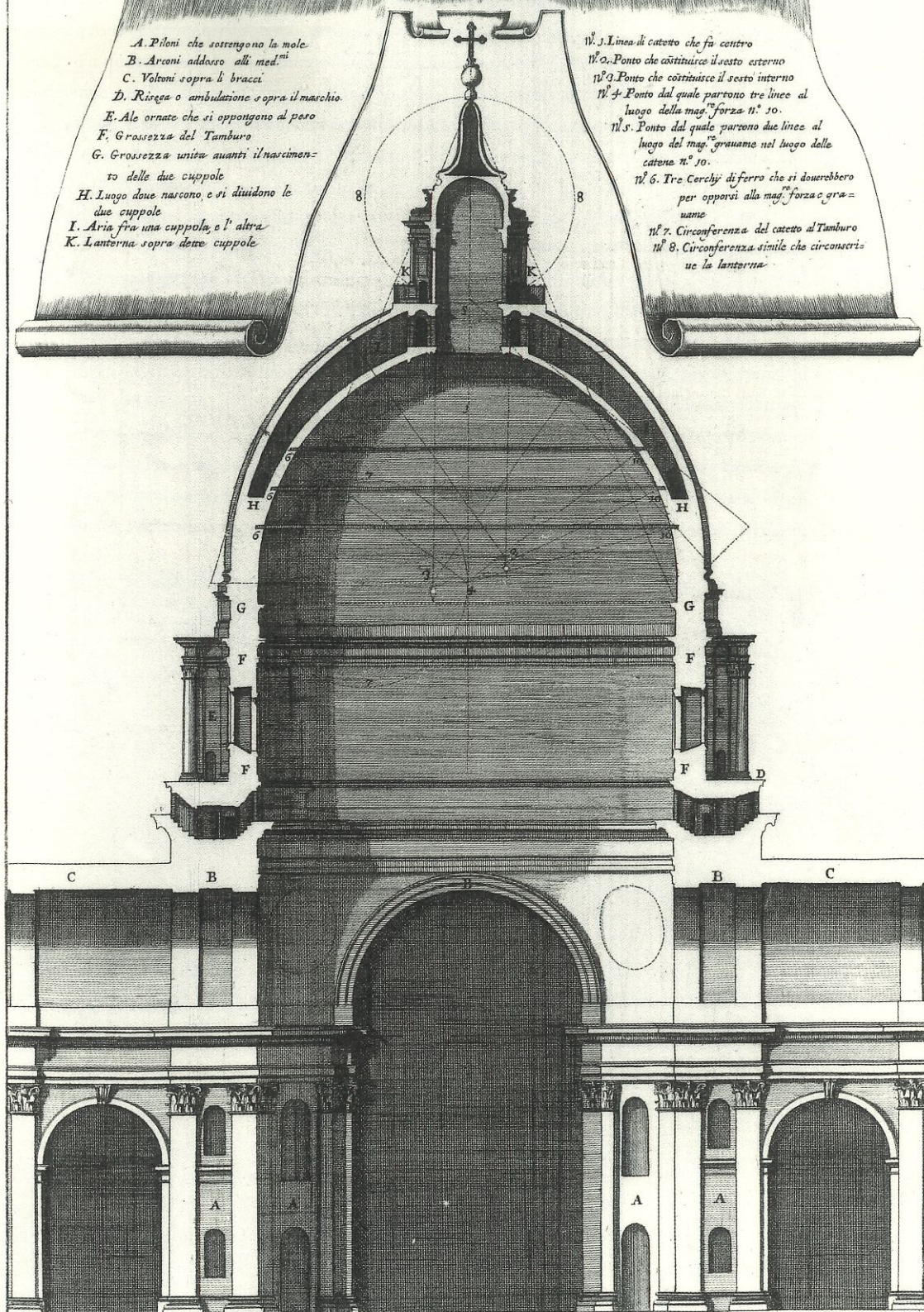
L'osservazione e lo studio diretto della realtà attuato con rigore scientifico allo scopo di scoprirne le leggi interne è il fenomeno che caratterizza il XVII secolo: studi di meccanica, formulazioni matematiche, sperimentazioni sulla resistenza dei materiali si svilupparono, come si vedrà, per opera di diversi studiosi in tutta Europa e particolarmente in Francia⁵. Allo stesso tempo grandi opere vennero costruite in tutta Europa e grandi problemi statici – e qualche crollo⁶ – cominciarono a manifestarsi nelle strutture erette da tempo. Tuttavia, alla domanda se sia possibile rilevare contatti tra questi due fatti – vale a dire se da parte degli architetti fosse stato accertato che le loro grandi e ardite opere avessero necessità di rigorose applicazioni delle nuove scienze o che strutture realizzate secondo i criteri derivati dalla loro pratica costruttiva e allora compromesse da importanti segni di cedimento, ugualmente necessitassero di analisi diverse da quelle comunemente applicate – è certamen-

Carlo Fontana, *Settione della Cupola Vaticana con tamburo, piloni e lanterna* (*Templum Vaticanum*, 1694, p. 331) (foto Biblioteca Hertziana, Roma).

SEZIONE DELLA CUPPOLA VATICANA CON TAMBURO PILONI E LANTERNA

- A. Piloni che sostengono la mole.
 B. Arconi addosso alli med.ⁿⁱ
 C. Voloni sopra li bracci
 D. Risa o ambulazione sopra il marchio.
 E. Ale ornate che si oppongono al peso
 F. Grassezza del Tamburo
 G. Grossezza unita avanti il nascimen-
 to delle due cuppole
 H. Luogo doue nascono e si dividono le
 due cuppole
 I. Aria fra una cuppola e l'altra
 K. Lanterna sopra delle cuppole

- N. 1. Linea di cateto che fa centro
 N. 2. Ponto che costituisce il sesto esterno
 N. 3. Ponto che costituisce il sesto interno
 N. 4. Ponto dal quale partono tre linee al
 luogo della mag.^a forza n. 10.
 N. 5. Ponto dal quale partono due linee al
 luogo del mag.^a gravame nel luogo delle
 catene n. 10.
 N. 6. Tre Cerchi di ferro che si douerebbero
 per opporsi alla mag.^a forza e gra-
 uame
 N. 7. Circonferenza del cateto al Tamburo
 N. 8. Circonferenza simile che circonscrive
 ue la lanterna



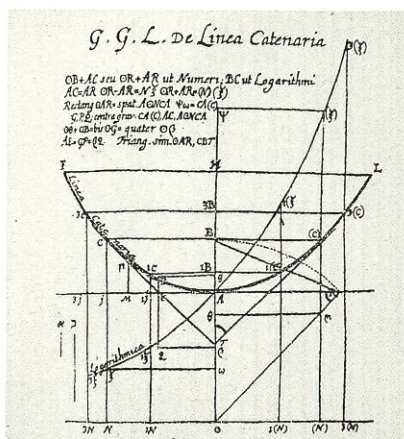
Scala di Palmi 100. Romani.

te possibile rispondere negativamente. Si vedrà, infatti, che lo strumento matematico che si va affinando nelle accademie e divulgando attraverso gli *Acta Eruditorum* di Lipsia, oppure le *Mémoires* dell'Académie Royale des Sciences di Parigi è ancora lontano dall'offrire agli architetti indicazioni applicative utili per l'arricchimento e il progresso delle conoscenze costruttive. È evidente del resto che, se alla pubblicazione di un'autorevole formulazione matematica che seppure astrattamente avrebbe potuto indicare la migliore curvatura di una volta, faceva seguito una sua altrettanto autorevole confutazione, l'architetto, benché animato da uno spirito analogo a quello degli scienziati del suo tempo e tuttavia saldamente rassicurato dalle proprie cognizioni praticate da secoli, difficilmente avrebbe accettato di derogare da queste in favore di un'incerta formulazione. E quanto a dissesti e crolli tutto si sarebbe potuto spiegare con una cattiva esecuzione o una anomalia messa in atto dal costruttore rispetto alla buona regola del costruire.

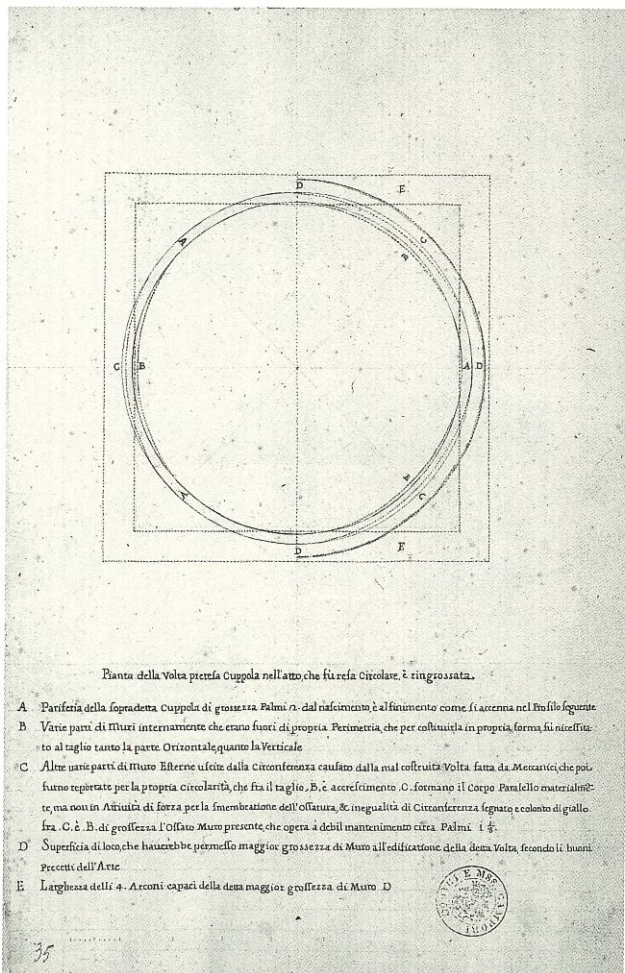
Ciò nonostante, e lungi dall'affermare che nessuno si sia avventurato nel territorio della resistenza di una fabbrica prima di allora, è possibile affermare che a Galileo Galilei è universalmente riconosciuto il merito di aver fatto nascere la moderna scienza delle costruzioni e ciò in quanto dalle sue osservazioni e sperimentazioni prenderà avvio il lungo sentiero dell'utilizzo dello strumento matematico nella prassi costruttiva.

Nella prima e nella seconda giornata dei *Discorsi* pubblicati nel 1638⁷ Galileo esponeva i problemi riguardanti la resistenza a rottura di travi incastrate, considerate sezioni omogenee e senza valutarne l'inflessione: dalle speculazioni galileiane derivava la formulazione che la trave si rompeva al raggiungimento del livello limite della tensione caratteristico per ogni materiale. A quest'ultimo pro-

Gottfried Leibniz,
De Linea Catenaria
(*Acta Eruditorum*, 1684,
da Benvenuto 1981,
p. 187, fig. 6.6).



Carlo Fontana, *Pianta della cupola di Santa Maria in Vallicella* confrontante lo stato di fatto (A) con la grossezza del muro che avrebbe corrisposto alle regole (D) (Modena, Biblioteca Estense, Racc. Camponi, 379, Ms. B. I, 16, f. 35) (foto Roncaglia, Modena).

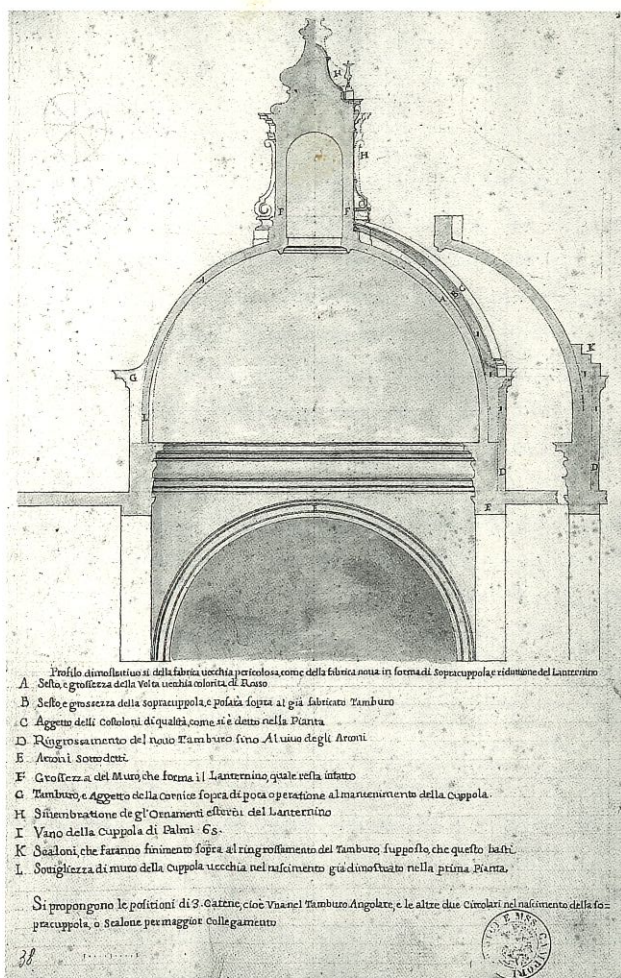
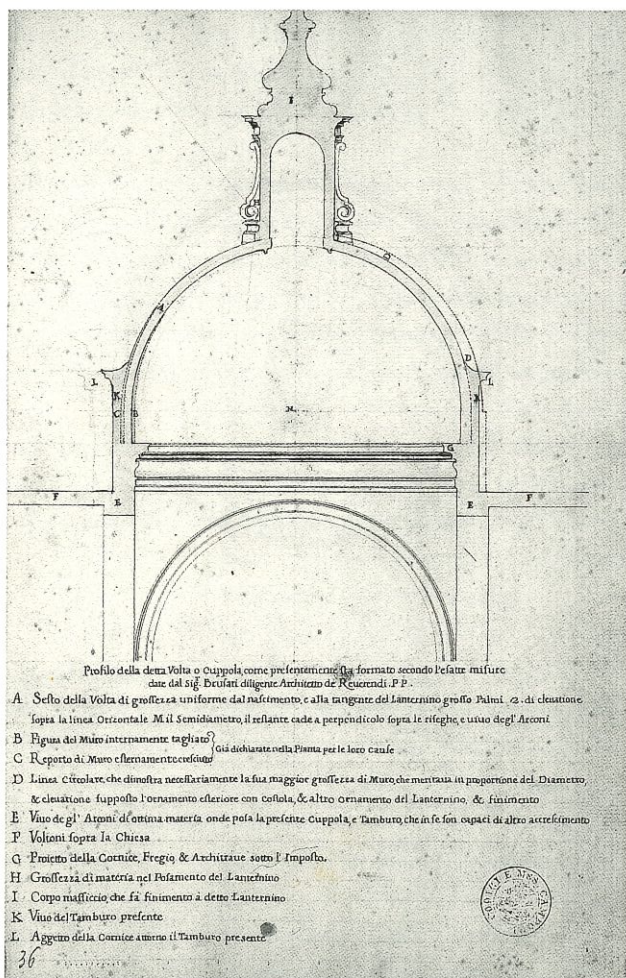


Carlo Fontana,
Spaccato della cupola
relativo alla pianta della
cupola di Santa Maria
in Vallicella confrontante
lo stato di fatto (A) con
la grossezza del muro
che avrebbe corrisposto
alle regole (D) e
Spaccato della cupola
di Santa Maria in
Vallicella con progetto
per la costruzione
di una sopracupola
(Modena, Biblioteca
Estense, Racc.
Campori, 379, Ms.
B. I, 16, ff. 36 e 38)
(foto Roncaglia,
Modena).

blema uno sviluppo importante venne portato da Edmé Mariotte che nel 1686 introdusse il concetto di rottura a seguito della deformazione limite tipica del materiale⁸. Un ulteriore contributo al “problema di Galileo” è offerto anche da Gottfried Leibniz che – già in possesso dei dati del Mariotte quando pubblicò i suoi studi nel 1684 – non giunse tuttavia ancora a una sua corretta formulazione⁹. E nemmeno Jakob Bernoulli, all’inizio del nuovo secolo, nel 1705, riuscì nell’intento. All’esatta definizione dello stato tensionale della trave inflessa si arriverà solo con Antoine Parent e i suoi studi pubblicati a Parigi nel 1713¹⁰. La questione sarà definitivamente fissata solo nel 1773 da Charles-Augustin de Coulomb¹¹ e poi da Jacques Jean-Antoine-Charles Bresse alla metà del XIX secolo.

Altro problema, come vedremo di notevole importanza per l’architettura, introdotto da Galileo nei *Discorsi* è l’affermazione che la catenaria – la curva che forma una fune sospesa alle sue estremità e quindi soggetta al proprio peso – è una parabola. Tale affermazione venne confutata da Christian Huygens e Gaston-Ignace Pardies nel 1673¹². Quest’ultimo, in particolare, affermava che una fune pesante non è una parabola, mentre una fune priva di peso sulla quale agiscono linee pesanti (con distribuzione uniforme) è parabolica. Sarà Leibniz a pubblicarne, nel 1691, la formula analitica corretta nel suo *De Linea Catenaria*¹³. A fine secolo venne quindi resa nota l’equazione di Jakob Bernoulli del 1697-98 dell’equilibrio di una fune flessibile.

Speculazioni e sperimentazioni seicentesche in relazione alle questioni della “trave incastrata” e della “curva catenaria” – qui ripercorse in estrema sintesi e soltanto in quelle tappe che più direttamente avrebbero potuto fornire nuove nozioni agli architetti – non offrirono in realtà alcun materiale in fun-



zione applicativa, sebbene le formulazioni alle quali esse portarono avessero per modelli quelli che oggi definiremmo “elementi strutturali”, quali travi, colonne e funi. E questo non dipese certo soltanto dal fatto che alla fine del XVII secolo tali formulazioni matematiche non fossero state ancora espresse nella loro forma corretta. Tra le carte degli architetti non emergono infatti calcolazioni inerenti le dimensioni da assegnare alle sezioni di una trave incastrata, o la curvatura e lo spessore da conferire a una volta o a una cupola: i due saperi, quello costruttivo e quello matematico, infatti non coincidevano. E questo trovava le sue ragioni non solo nell’evidente scarto tra la fase del dibattito scientifico e quella dell’irradiamento dei risultati così conseguiti, ma anche nel fatto che, di norma, la formazione professionale degli architetti ben poco era fondata sullo studio delle scienze matematiche, a meno di casi eccezionali, quale ad esempio quello del matematico e astronomo, oltretutto architetto, Christopher Wren che contribuì in modo determinante alla definizione delle leggi sugli “urti elastici”¹⁴. E perché un architetto fosse edotto su problematiche scientifiche occorre che si interessasse direttamente di “filosofia naturale” o “sperimentale” o, come diremmo oggi, di “meccanica razionale”, oppure dovrebbe risultare che tali materie fossero insegnate all’interno delle scuole di architettura: cosa che, appunto, non risulta.

E se, sotto il profilo della statica, la costruzione delle cupole rappresentò uno dei massimi impegni degli architetti del Seicento¹⁵, è pur vero che, nel 1673, Carlo Fontana nella *Dichiaratione dell’operato nella Cuppola di Monte Fiascone colla difesa della censura* faceva ancora riferimento esclusivo alle “Regole Vitruviane per formar Tempi circolari, e sue Cuppole”, con l’obiettivo certo e rassicurante di legittimare la sua opera secondo le regole degli antichi¹⁶. E ancora nel 1694, nel *Tempio Vaticano*, lo stesso Fontana, nel condurre un’approfondita analisi della struttura della cupola, fonderà le sue osservazioni unicamente sul metodo empirico per il dimensionamento e la curvatura delle cupole praticato comunemente nel XVII secolo. Le sue *Dimostrazioni e regole per costruire le cuppole semplici* rappresentano d’altra parte, per datazione e per autorità dell’autore, l’espressione più compiuta delle comuni conoscenze seicentesche sul tema¹⁷.

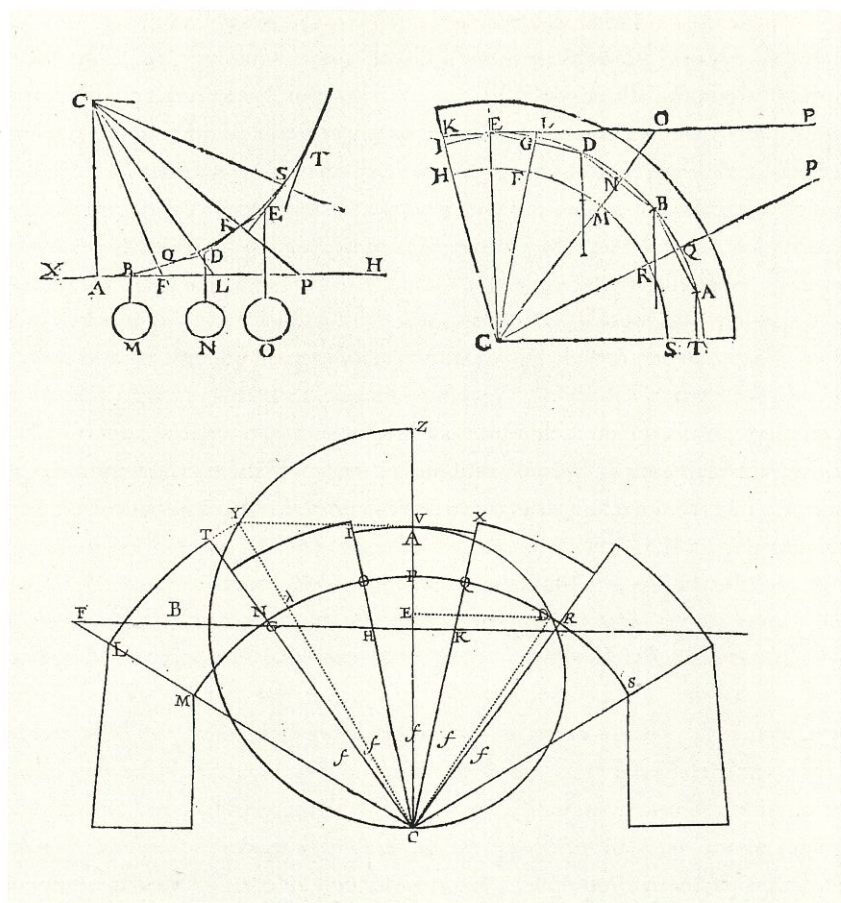
Il secolo, tuttavia, si chiudeva con una nuova insicurezza: sempre più frequenti si andavano facendo, infatti, i consulti o le richieste di giustificazioni strutturali per costruzioni antiche o allora in corso: appena un anno dopo la sua *Dichiaratione* sulla cupola di Montefiascone, Fontana venne incaricato, insieme a Carlo Rainaldi e a Mattia De Rossi¹⁸, di trovare soluzione alla crisi statica della cupola di Santa Maria in Vallicella in Roma¹⁹; e nuovamente nel 1680, Fontana, De Rossi e Giuseppe Paglia vennero chiamati a definire le cause dei fenomeni fessurativi che allora iniziavano a manifestarsi sulla cupola vaticana e a trovar loro durevoli rimedi²⁰.

Si posero allora, gli architetti, qualche domanda sull’efficacia, o semplicemente sulla sufficienza delle loro conoscenze, oppure i dubbi vennero liquidati, come nel caso della questione complessiva sulla stabilità degli archi, con l’affermazione “che gli archi grandi durano quanto li piccoli, quando siano fatti con la debita proportion e misura”²¹.

La meccanica delle strutture

Sembra dunque possibile affermare che il XVII secolo vide i sentieri della matematica e quelli dell’architettura correre separatamente. Sarà nel corso del Settecento che i progressi delle scienze matematiche inizieranno a offrire effettivamente agli architetti strumenti applicativi, dapprima imprecisi e via via sempre più utilizzabili.

Il secolo si aprì con la formulazione da parte di Jakob Bernoulli sul tema della catenaria: ovvero quale forma dovesse essere data a un arco sottile i cui conci premessero uno sull’altro a causa del loro peso proprio²². Tale teoria, basata sull’applicazione del principio dei lavori virtuali da cui derivava la dimostrazione che un arco a forma di catenaria rovesciata resiste al proprio peso quale che sia il suo spessore, sarà più volte applicata, nel corso del secolo, nella teoria sugli archi e sulle volte.



Philippe de La Hire, comportamento statico della fune appesa e arco compresso (*Traité de Mécanique*, Paris 1730) e Claude-Antoine Couplet, dimensionamento dei conci di un arco (*De la poussée des voutes*, 1731-32) (da Benvenuto 1981, p. 329, figg. 9.7 e 9.8 e p. 337, fig. 9.16).

Per quanto concerne gli archi in muratura il contributo di gran lunga più significativo fu quello di Philippe de La Hire, che già alla fine del secolo XVII presentò i suoi studi sull'equilibrio di una volta indipendente dai piedritti²³ e poi sul dimensionamento di questi ultimi²⁴, studi pubblicati tuttavia soltanto nel 1730 e nel 1731, quando resero finalmente disponibili strumenti applicativi utili alla progettazione di strutture murarie. Le trattazioni di de La Hire avevano naturalmente dei limiti, il più evidente dei quali era che la struttura dell'arco vi era considerata come una sorta di blocco unico, ignorando così i problemi dell'attrito tra i conci, al quale accennava invece, in quegli stessi anni, Claude-Antoine Couplet²⁵. La definizione corretta del problema si avrà, tuttavia, soltanto alla fine del secolo, e ancora una volta grazie agli studi di Coulomb.

Di grande importanza fu, nel 1729, la pubblicazione da parte di Bernard Forest de Belidor della *Science des Ingénieurs*, manuale di regole costruttive in cui venivano presi in considerazione e applicati gli argomenti delle speculazioni del Mariotte e del de La Hire. Benché tali argomenti fossero in alcuni casi già superati all'atto della pubblicazione, il diffuso trattato ebbe il merito di proporre per la prima volta un profilo della moderna figura tecnico-scientifica dell'ingegnere, quale acquisirà sempre maggiore importanza nel corso del secolo²⁶.

Parallelamente allo sviluppo delle formulazioni matematiche e alla loro applicazione al campo costruttivo si andavano moltiplicando, con risultati pubblicati negli atti della Royale Académie de France, le sperimentazioni sui materiali – particolarmente le travi in legno – con prove a rottura ripetute secondo il corretto assunto che il grande numero delle prove potesse fornire i valori caratteristici. Con la figura di ingegnere che emerge dal trattato di de Belidor e con le sperimentazioni messe in atto nelle accademie con spirito sempre più applicativo la sovrapposizione tra i sentieri della pratica e quelli della scienza era oramai cosa fatta.

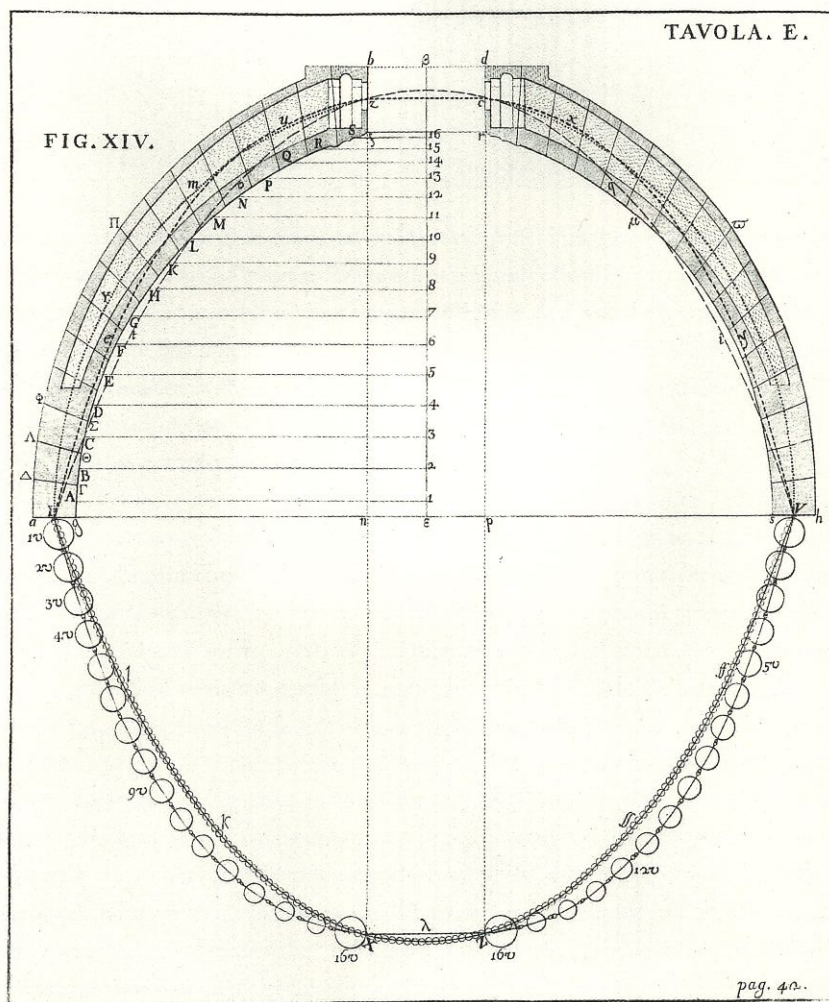
Il dibattito sui dissesti della cupola di San Pietro in Vaticano

Nel 1743 si fecero ancora più attuali i problemi statici della cupola di San Pietro: con formidabile modernità Benedetto XIV (1740-58) – pontefice proveniente da una città, Bologna, sede di una delle più importanti università europee – affrontò la questione in termini innovativi, imprimendo, grazie alla convocazione di un consulto congiunto di scienziati e di architetti, una sorta di forzosa accelerazione al lento processo che stiamo qui tracciando in termini sintetici.

Intorno alle cause dei dissesti e ai possibili rimedi si sviluppò allora un vivace dibattito che trovò poi puntuale esposizione nell'opera data alle stampe, nel 1748, dal matematico padovano Giovanni Poleni²⁷. La controversia era sorta, in particolare, intorno al *Parere dei tre matematici*, i padri Tommaso Le Seur, Francesco Jacquier e Ruggero Giuseppe Boscovich: appoggiato da alcuni, tale *Parere* era tuttavia avversato dai più, mentre Poleni assumeva una posizione di critico coordinamento.

I tre padri ipotizzavano che il dissesto avesse avuto origine dall'eccessiva spinta della cupola e dalla conseguente rotazione verso l'esterno del tamburo e dei contrafforti attorno alle loro basi. Coerentemente con tale ipotesi la situazione statica complessiva era giudicata assai precaria. Ma seguiamo più in dettaglio il loro ragionamento, fondato sul principio dei lavori virtuali, noto dall'antichità e comunque riformulato in termini generali da Johann Bernoulli nel 1717²⁸.

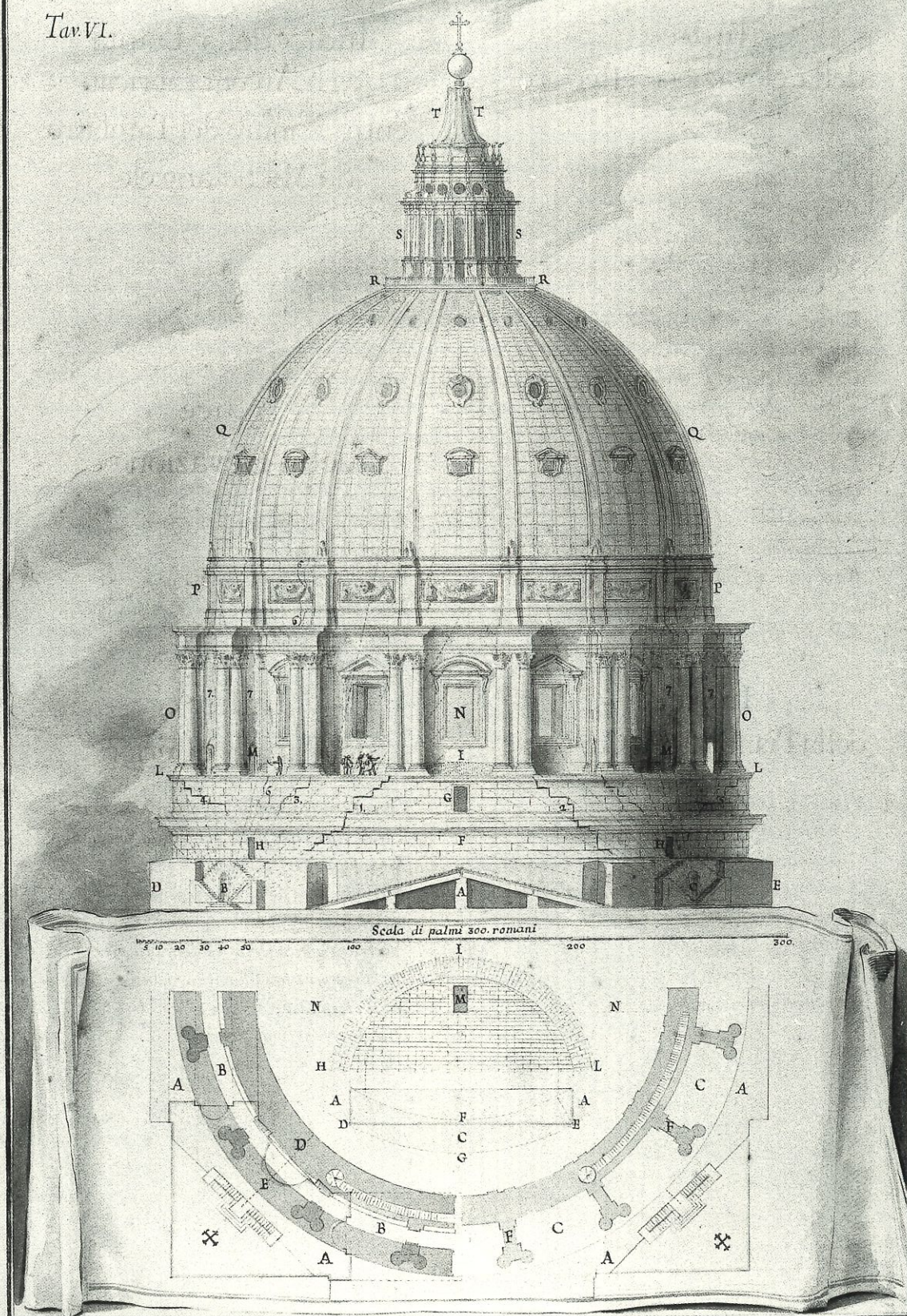
“Due forze, che contrastano insieme” – affermavano i tre padri matematici – “allora sono in equilibrio, quando le velocità del moto, che far dovrebbe la prima contro la direzione sua propria, nell'es-



Giovanni Poleni,
*Memorie istoriche della
gran cupola del tempio
Vaticano, e de' danni di
essa, e de' ristoramenti
loro, divise in libri
cinque*, 1747, tav. E,
fig. XIV, p. 42
(foto Biblioteca
Hertziana, Roma).

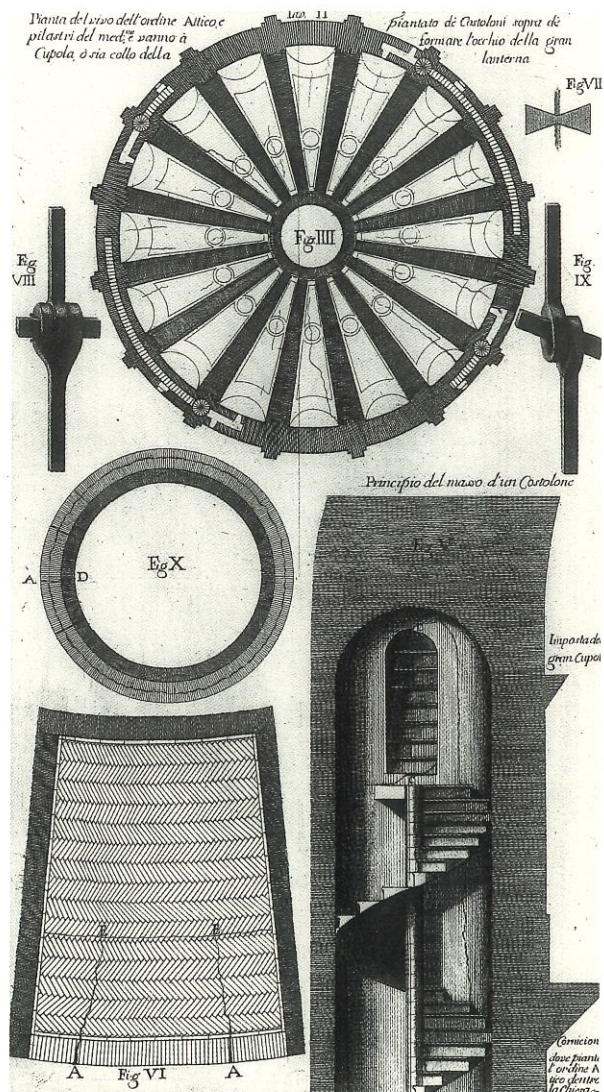
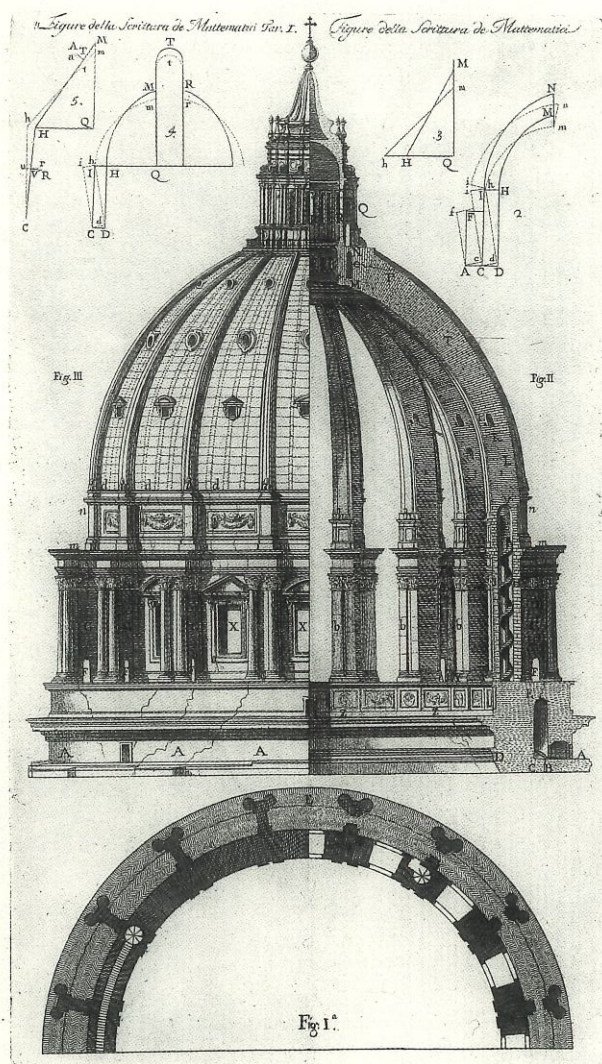
Luigi Vanvitelli, *Cupola
di San Pietro*, 1743
(Roma, Istituto
Nazionale per la
Grafica, FC 128993)
(foto Istituto
Nazionale per la
Grafica, Roma).

Tav. VI.



sere superata dalla seconda, tante volte è più grande della velocità, che la seconda avrebbe pur nella propria sua direzione, quante volte la seconda forza considerata in se stessa, è maggiore della prima²⁹. In altri termini, l'equilibrio era dato dall'eguaglianza dei prodotti delle forze per le componenti degli spostamenti dei punti di applicazione delle forze nella direzione e nel verso delle forze stesse; uno dei prodotti avrebbe dovuto avere segno negativo: a un lavoro agente doveva opporsi un lavoro resistente; "...e per avere la sua misura conviene moltiplicar essa forza per la via, che contro alla sua propria direzione farebbe se fosse vinta, e a seconda della medesima, se vincitrice". Da qui discendeva che "Dal principio medesimo si ricaveranno pur anche le proporzioni de' momenti de' pesi, che qui contrastano, se si determini la proporzione delle salite, o discese, che far dovrebbero i centri di gravità de' medesimi, seguendo il moto, ne' quali centri di gravità agisce in modo la forza tutta de' corpi gravi, come se appunto tutta fosse in quella raccolta". Centrale era dunque individuare, nella struttura della cupola vaticana, il "sistema generale del movimento" e i tre padri ipotizzarono che il tamburo HICD ruotasse in fuori intorno al cantone C; le fratture nei contrafforti facevano del contrafforte una porzione distaccata dal resto del tamburo e in grado di ruotare in fuori, per suo conto, intorno al punto A; in conseguenza dello spostamento dei punti I, H il costolone NIHM ruotava facendo abbassare il cupolino impostato su M, N. Non restava dunque a Le Seur, Jacquier e Boscovich che calcolare i pesi delle parti in movimento, cosa che fecero con grande cura, e applicare il prin-

Breve discorso
in difesa della cupola
di San Pietro di
N. N. capomastro
muratore, 1744, tavv. I
e 2 (foto Archivio
fotografico Biblioteca
Apostolica Vaticana,
Roma).



cipio su esposto delle velocità virtuali: la spinta del cupolino valeva quasi 3 milioni di libbre, dei costoloni e delle vele circa 6,5 milioni, per una somma di circa 9,5 milioni di libbre, mentre le resistenze equivalevano a poco più di 6 milioni di libbre, con uno sbilancio pari a 3.237.356 libbre. Conclusero dunque inesorabilmente: “Non cessando però mai lo sbilancio del peso a premere ... si può con ragione temere una rovina irreparabile, quando non vi sia provveduto per tempo con un efficace rimedio”.

Le principali obiezioni al *Parere* furono mosse dallo stesso Poleni e da *Tre matematici di Napoli*, Bartolomeo Intieri, Giuseppe Orlandi e Pietro di Martino. In particolare, il Poleni, predisposto un modello in scala della cupola per studiare geometricamente il problema, giunse alla conclusione che le fessure effettivamente riscontrabili non coincidevano con quelle che si sarebbero dovute verificare in base al “sistema generale del movimento”; i matematici napoletani, dal canto loro, notarono che se corrispondeva a verità lo sbilancio di tre milioni di libbre tra la spinta della cupola e le resistenze che vi si opponevano, “... non ci voleva neppure un minuto intiero di tempo per far andare la Mole tutta per terra”. In conclusione, quanto affermato nel *Parere* appariva loro inammissibile tanto cinematicamente quanto staticamente.

Nel complesso, dunque, le conclusioni dei tecnici, così come presentate nei diversi pareri e sentimenti riportati dal Poleni, erano prodotte di una solida competenza – fondata sugli esempi del passato e sull’abitudine ai semplici ragionamenti statici richiesti nel valutare l’equilibrio dei solidi murari – combinata a un acuto intuito strutturale. Ciò è evidente, ad esempio, nelle osservazioni circa l’intrinseca debolezza di soluzioni quali l’inserimento di scale a lumaca nel tamburo o del corridoio anulare al di sotto dei contrafforti e, soprattutto, nella razionale consapevolezza dimostrata nel ribadire l’efficacia dell’utilizzo delle cerchiature, rilevata sia nello studiare la funzione di quelle esistenti, sia nell’accettare infine, anche per i nuovi restauri della cupola, la proposta dell’architetto Luigi Vanvitelli di aumentarne il numero a ogni nuovo accidente, come difatti accadrà in occasione dei danni prodotti dai fulmini alla lanterna o della scoperta di rotture nel cerchione antico³⁰. Tuttavia, benché Giovanni Poleni fosse certamente partecipe della cultura scientifica europea (impressionante è, in particolare, la letteratura specifica citata nel suo testo: Derand, Blondel, de La Hire, Parent, Frezier, Dulacq, Fontenelle, Couplet, Stirling, Gregory, Johann Bernoulli, Leibniz, Huyghens, Jakob Bernoulli) e avesse fatto buon uso delle proprie conoscenze sia in campo teorico che sperimentale³¹, in occasione del consulto vaticano egli non si dimostrò però in grado di tradurre tale sua specifica competenza in una concreta proposta che superasse o avallasse scientificamente le consuetudini costruttive vigenti.

Un’analisi meccanica eseguita con i moderni metodi agli elementi finiti porta a concludere che causa del dissesto della cupola vaticana fu la deformazione radiale alla base del tamburo; questa fu conseguenza della deformazione differita dei materiali sotto carico ma non produsse altro effetto che la trasformazione della cupola in un sistema di spicchi e la stabilizzazione della spinta a valori comunque ampiamente sopportabili dalle strutture inferiori. L’inserimento di cerchiature resistenti a trazione impedì agli spicchi di seguire il moto radiale dell’imposta, con la conseguenza che la spinta venne trasferita dall’imposta ai cerchi e se questi fossero stati di sezione insufficiente sarebbero stati destinati a rompersi, come era avvenuto a quelli posti da Giacomo Della Porta³².

L’apporto più innovativo nel dibattito settecentesco rimase dunque quello dei tre padri matematici Le Seur, Jacquier e Boscovich: benché le loro conclusioni fossero errate, essi furono infatti gli unici a tentare un’analisi meccanica quantitativa del comportamento strutturale della cupola e a studiare il meccanismo di rottura dell’arco consistente nella rotazione delle due porzioni risultanti dalla frattura su punti di rotazione o “cerniere” situati al piede e alla sommità del ritto e alla sommità dell’arco. Tutto ciò a una data in cui, come si vedrà in seguito, la teoria statica delle cupole era questione non ancora sviluppata dalla cultura scientifica europea.

Lo studio statico per la nuova guglia del duomo di Milano

L'antica questione della guglia da innalzarsi sull'alto tiburio del duomo di Milano tornò nuovamente alla ribalta nel 1764 e, come già in occasione del restauro della cupola vaticana, per la sua soluzione vennero convocati architetti e matematici: protagonista del dibattito fu soprattutto l'oramai esperto padre Ruggero Giuseppe Boscovich che proseguì con determinazione la ricerca intrapresa più di venti anni prima in Roma³³.

Nel suo *Sentimento circa il progetto per la nuova Guglia* presentato dall'architetto Francesco Croce, dopo aver riferito dei sopralluoghi e delle misurazioni compiute per calcolare con esattezza le masse e quindi i pesi delle diverse parti della struttura, il padre gesuita affrontò lo studio dell'equilibrio mediante il moto, vale a dire in base al principio dei lavori o delle velocità virtuali, come già aveva fatto per San Pietro: "...dalle forze assolute sono ito avanti alle teorie ed ho considerati i movimenti ... che si sogliono ritrovare nelle fabbriche nelle quali le resistenze sono inferiori alle forze spingenti e prementi ... ho adoperato quel principio che è il fondamento della meccanica applicata alle macchine, che una forza esercita un conato tanto maggiore quanto maggiore sarebbe la velocità del suo moto iniziale...". Relativamente a questi movimenti considerò "quelli che i meccanici chiamano momenti delle forze" ottenuti "moltiplicando le forze assolute per quelle lineette che esprimono [graficamente] queste iniziali velocità". Commise così il medesimo errore che già aveva compiuto nell'affrontare la questione del restauro della cupola vaticana, ritenendo possibile il sussistere di strutture quando le resistenze fossero inferiori alle azioni. I problemi affrontati in occasione dell'esperienza romana – che egli stesso citò in particolare a proposito del calcolo della resistenza dei cerchioni di ferro rispetto alle pressioni radiali – differivano tuttavia in modo significativo da quelli posti dal duomo. In San Pietro, infatti, non vi era altra resistenza a sostenere la spinta che quella costituita dal tamburo e dai contrafforti, mentre il duomo non aveva tamburo, cosicché la nuova struttura sarebbe stata fondata direttamente in basso, dove tutte le altre volte e strutture dell'edificio avrebbero reso impossibile la dilatazione dell'imposta.

Di interesse nelle note del Boscovich è, in particolare, la distinzione tra principi geometrici e proprietà fisiche della materia; è però errato quanto ne fece derivare affermando che la "maggiore compressione" nel muro di mattoni rispetto ai travertini e ai marmi "accresce molto la forza che spinge e diminuisce la resistenza". Vi è qui infatti ambiguità tra le forze che concorrevano a determinare l'equilibrio e che dipendevano dai soli pesi dei materiali nelle applicazioni del principio delle velocità virtuali e le resistenze dei materiali che si sarebbero dovute confrontare, non con le forze, ma con le tensioni, cioè con gli effetti di tali forze nel continuo della struttura.

Di rilievo negli studi di Boscovich è però anche l'osservazione che quando le strutture pativano una qualche debolezza, ciò non avveniva mai senza creare una qualche apertura, distacco o rotazione tra le parti contigue. Ma il padre gesuita affermò di aver osservato attentamente la struttura milanese e di non aver riscontrato "spaccature o altri patimenti" e inoltre, aggiunse, simili danni non erano stati osservati neanche dalla "gente della Fabbrica" che lui stesso aveva interrogato in merito.

Boscovich espresse inoltre la convinzione che la guglia progettata avrebbe potuto sussistere tanto in se stessa, quanto relativamente al resto del tempio. Un giudizio tecnico di tal fatta è al contempo attualissimo nella sostanza, quanto desueto nella forma: infatti nell'uso moderno l'analisi delle sollecitazioni e delle tensioni tende ad affrontare il calcolo globalmente, senza suddividere la struttura in parti più semplici; tuttavia nella mente dello strutturista permane ben chiara la distinzione tra fatti e problemi locali (la struttura in se stessa) e elementi che influenzano la stabilità complessiva della struttura (la parte relativamente al resto).

Infine egli suddivise sinteticamente la struttura in quattro sezioni: la parte inferiore, dal pavimento del duomo all'imposta della "cupola"; da questa sino all'imposta del "cupolino"; da qui sino alla cima del "cupolino"; infine la guglia nella sua interezza. Stimò poi i pesi di ciascuna parte: dall'alto 240.000

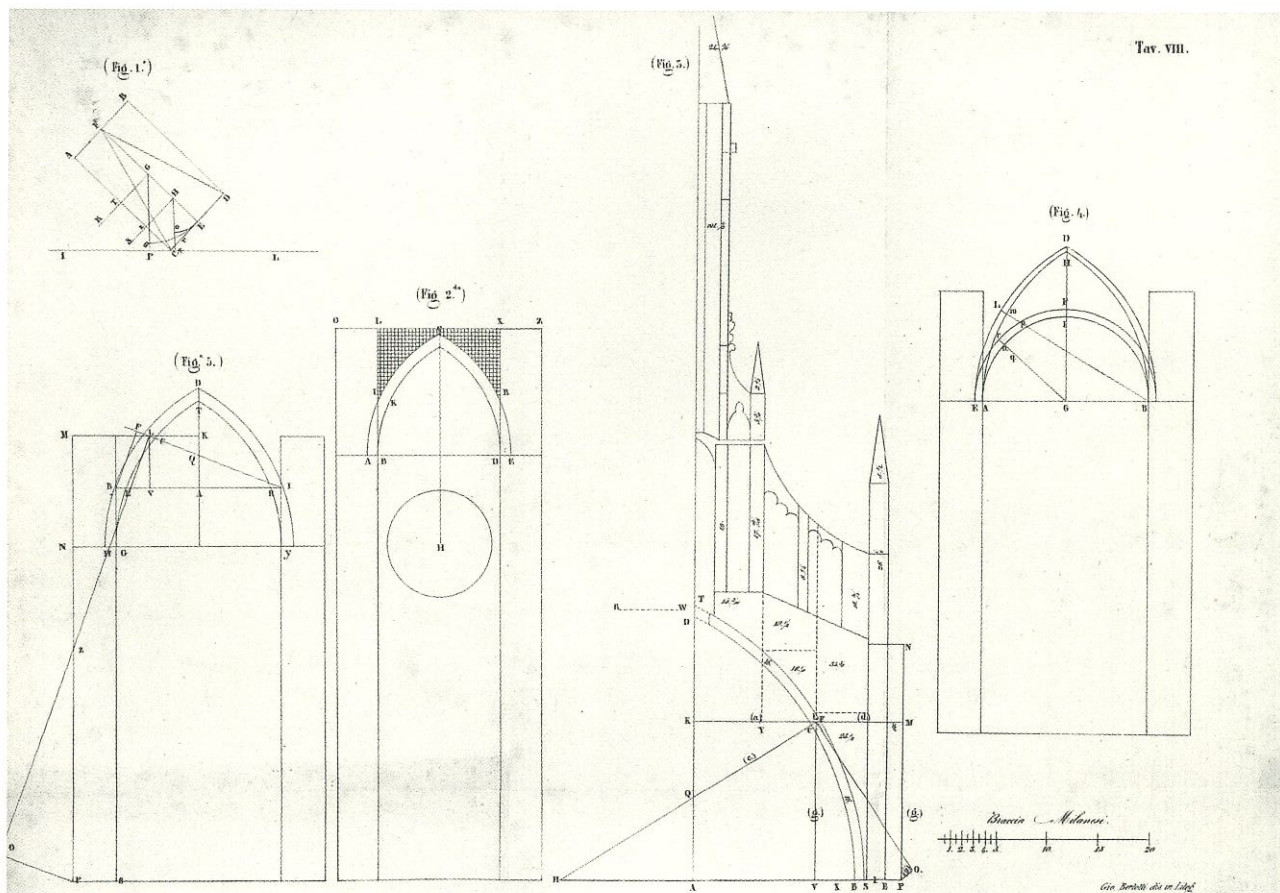
libbre per la guglia in progetto; 376.000 libbre per il “cupolino”; 4.136.000 libbre per le volte e i costoloni della “cupola”; circa 10.000.000 libbre per la parte basamentale sino all’imposta della “cupola”. In base a questa stima concluse che la guglia in progetto poco avrebbe aggiunto in termini di puro peso alla struttura esistente.

Nel considerare la resistenza in sé della nuova guglia, il padre valutò anche la snellezza della struttura formata dai pilastri e la loro possibile instabilità; sostenne dunque che i pilastri erano connessi all’“anima” della guglia mediante gli scalini e mediante i “ferri” che si pensava di mettere sotto ogni scalino; dunque il corpo tutto unito, alto 32 braccia e grosso 6 aveva una snellezza (pari a $32/6 = 5.3$) molto inferiore a quella di molti campanili e torri e delle “minere” delle moschee turche.

Nell’esaminare l’effetto dei pesi della guglia e del “cupolino” (valutati in precedenza in circa 600.000 libbre) sulla inferiore “cupola”, Boscovich ripercorse inoltre i modi di collasso degli archi su pilastri già da lui esaminati in San Pietro. Ora aggiunte però anche una nota sui meccanismi di scorrimento: il pilastro dell’arco era costretto a ribaltare in fuori e non a scorrere lateralmente sulla propria base perché a causa dell’attrito la forza capace di farlo scorrere sarebbe dovuta essere almeno tre volte maggiore di quella bastante a ribaltarlo; “...quindi il pilastro con una terza parte dell’arco gira in fuori ... ed il pezzo di due terzi dell’arco superiore gira colla sua parte inferiore in fuori ... per questo si sogliono mettere a un terzo dell’arco le catene di ferro...”. Nello stabilire una rottura dell’arco con cerniere multiple – di cui quella intermedia, diversamente che in San Pietro, era situata a circa 30 gradi – Boscovich precorreva – come si vedrà – le importanti acquisizioni di Lorenzo Mascheroni.

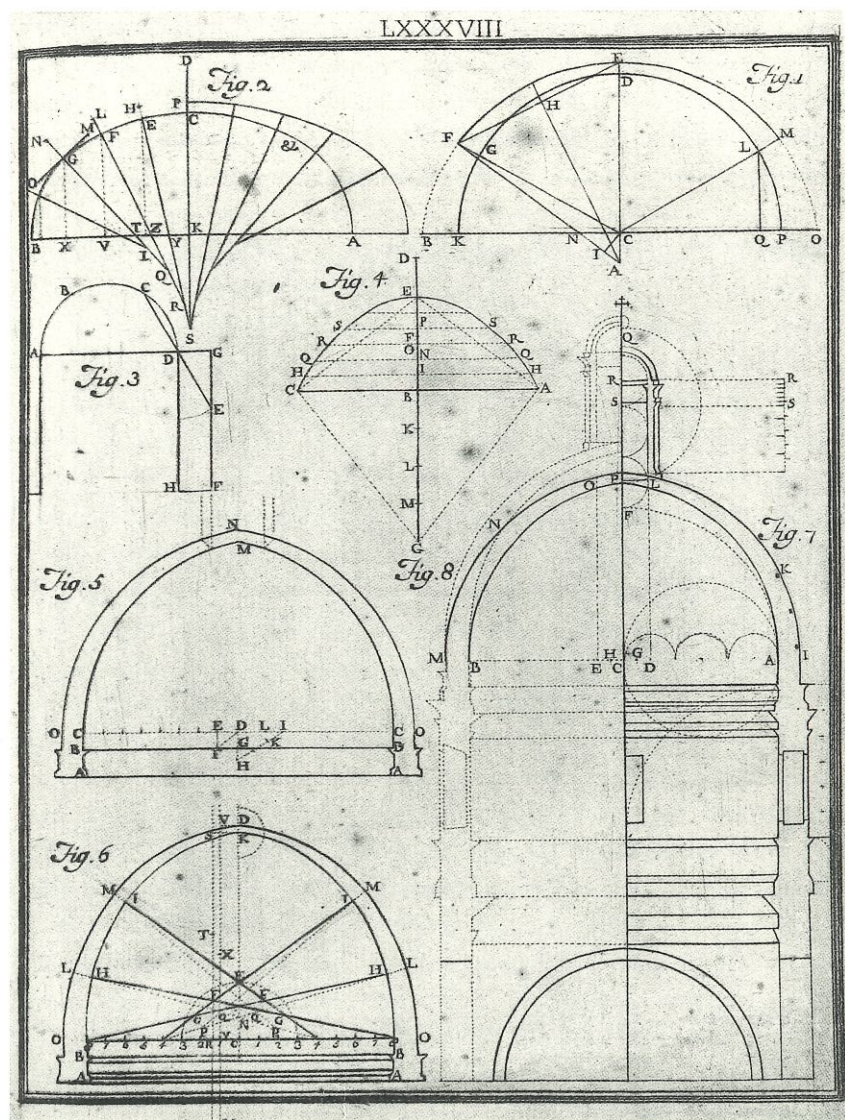
A differenza degli archi, nelle “... volte tonde, come sono i catini delle cupole che non hanno cupolino, conviene che si aprano tutte le parti intorno a modo di mela granata ... [e] se la volta finisce in

Alessandro Nava,
Relazione dei restauri
intrapresi alla gran
guglia del duomo di
Milano, 1845, tav. VIII,
figg. 1-5.



un anello... benché esso sia aperto nel mezzo, pure non ponno le parti di esso dare in dentro, non potendosi esso restringere in se medesimo...". Vi era qui la consapevolezza dei tecnici settecenteschi delle azioni che le unghie della cupola esercitano scambievolmente nella direzione dei paralleli. Ma se la cupola era priva di tamburo e si impostava invece direttamente su strutture basse contraffortate dalle navate, il movimento in fuori del tamburo non poteva avvenire: di qui il vantaggio delle fabbriche gotiche rispetto alle volte antiche. Dunque era ipotizzabile un diverso modo di collasso, con i costoloni ruotanti in fuori intorno all'imposta e aprentisi verso l'alto lasciando cader giù il cupolino³⁴; ma, annotò Boscovich, "... ho trovato modo di calcolare le forze e le resistenze ... ed ho trovato le resistenze assai superiori".

Sebbene l'analisi condotta per il duomo discendesse da quella sui disegni della cupola vaticana e dunque, come si è visto, contenesse, come questa, alcuni errori concettuali, essa fu tuttavia molto più approfondita. In essa vennero introdotti concetti come l'attrito; si studiarono non una, ma molte configurazioni di collasso della struttura; venne chiaramente messo in luce un aspetto preso in esame dai moderni teoremi dell'analisi limite: il modo di collasso più probabile è quello che richiede minore forza. Ancora una volta queste osservazioni anticipavano di circa venti anni il contributo di Mascheroni, anche se con una terminologia spesso oscura. L'analisi delle strutture murarie mediante l'esame dei



Bernardo Antonio Vittone, *Istruzioni elementari*, 1760, II, tav. LXXXVIII (foto Biblioteca Hertziana, Roma).

meccanismi di collasso è stata da anni recuperata dagli studiosi che si occupano delle strutture storiche e, con le opportune correzioni e integrazioni, l'analisi del Boscovich non si discosta poi molto da un'analisi moderna.

Nuovi strumenti per gli architetti

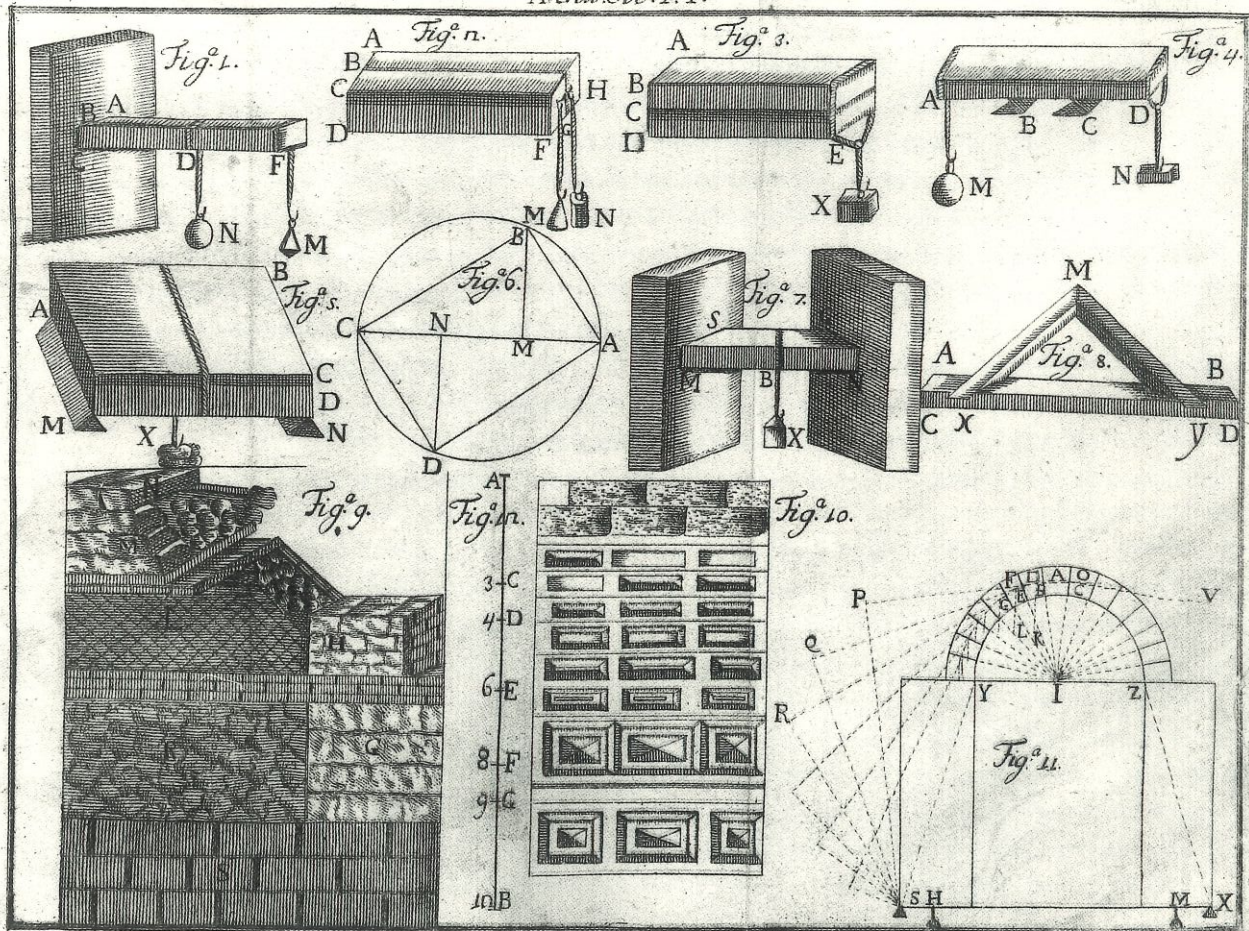
Anche nella regimentazione delle acque o nella costruzione di mole ad acqua o a vento – tematiche qui non affrontate – il Settecento registrò il progressivo slittamento delle competenze e delle responsabilità dagli architetti, che fino a tutto il XVII secolo ne erano stati detentori pressoché esclusivi, a figure professionali provenienti da discipline diverse, quali sempre più numerosi i matematici o gli ingegneri idraulici³⁵. E del resto gli architetti settecenteschi soltanto in misura molto parziale si vennero dotando, nell'esercizio della loro professione, di nuovi strumenti rispetto ai colleghi che li avevano preceduti.

Emerge, infatti, nel ripercorrere le tappe fondamentali della meccanica strutturale del Settecento, quanto già si era potuto verificare nell'attitudine degli architetti del secolo precedente: da una parte una certa diffidenza per strumenti di lontana o addirittura oscura applicabilità e di ondivaga formulazione; da un'altra, l'inerzia dovuta alla sicurezza determinata da una secolare esperienza in campo costruttivo, forse combinata anche con una sorta di diffidenza corporativa nei confronti della emergente figura professionale dell'ingegnere.

E infatti Bernardo Antonio Vittone – accademico di San Luca e progettista di grandi strutture a cupola, nonché certamente bene informato sugli sviluppi della sua disciplina, almeno a giudicare dai li-

Girolamo Fonda,
*Elementi di architettura
civile*, 1764, tav. I.

Archit. Civ. T. I.



bri in suo possesso³⁶ – nel trattato edito nel 1760 affermerà ancora che la regola più sicura per il dimensionamento dei piedritti era quella di tipo grafico dei medievali; allo stesso modo si riferirà unicamente al metodo di Carlo Fontana (1680) nel suggerire soluzioni per ovviare ai due inconvenienti sul sesto delle cupole, definiti semplicemente: “Troppo retto nel suo principio e troppo inclinato nel suo termine ...; l'altezza dell'ordine esteriore del tamburo regolata in misura uguale a quello dell'interiore, importa una maggior larghezza nella distanza delle lesene esteriori che male appaga l'occhio”³⁷.

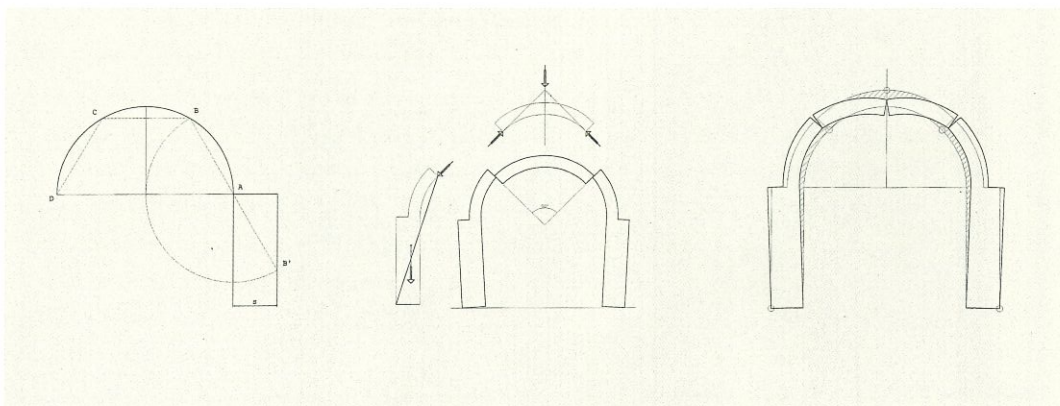
Altri trattati contemporanei, meno diffusi, fecero soltanto timidi accenni alle ricerche e agli sviluppi della scienza edificatoria: Girolamo Fonda nel 1764, più per mostrare il suo aggiornamento che per offrire soluzioni per il dimensionamento di travi, citò, ad esempio, le esperienze del Musschenbroek³⁸. Il breve *Saggio* di Paolo Frisi del 1766 – teso a dimostrare la minore resistenza degli archi a sesto acuto rispetto a quelli a tutto sesto sulla base dell'applicazione delle teorie di “de la Hire negli atti dell'Accademia delle scienze di Parigi del 1712, e il Belidor al n. 10 dal cap. I del lib. 2 della Scienza degl'Ingegneri” – testimonia comunque della diffusione delle formulazioni matematiche, delle analisi sui meccanismi di rottura degli archi e delle prove di resistenza dei materiali³⁹.

I grandi episodi costruttivi del secolo si mantennero del resto soltanto ai margini della contemporanea ricerca sulla meccanica strutturale. Anche la scheletrizzazione della struttura – con l'emergere della distinzione tra porzioni murarie portanti e tamponature spesso ridotte ai minimi termini – che tanta parte ebbe nella configurazione architettonica di innumerevoli e importanti fabbriche settecentesche (basti pensare alla chiesa del Carmine di Filippo Juvarra) non sembra infatti rapportabile al contemporaneo sviluppo delle scienze strutturali.

Le regole empiriche, che secondo Viollet-le-Duc derivavano dalla pratica dei costruttori medievali, erano ancora ampiamente applicate nel Settecento. Tra queste la regola – detta a volte “del Blondel”⁴⁰ – secondo la quale, dividendo la linea di intradosso in tre parti uguali – AB, BC, CD – e prolungando il lato AB fino a un punto B' simmetrico di B' rispetto ad A, si poteva giungere a individuare lo spigolo esterno del piedritto e quindi il suo spessore. Elementari principi statici avevano permesso a de La Hire il primo approccio meccanico al calcolo dell'arco in muratura ripreso poi da de Belidor nel 1729. Interessante in tali studi era la definizione a priori di un modello di comportamento della struttura: il concio di chiave, compreso tra due giunti a 45 gradi, scivola verticalmente forzando i due piedritti a ruotare verso l'esterno. Al modello così individuato venne applicata l'equazione di equilibrio tramite l'elementare concetto della leva angolare. Questa trattazione meccanica drasticamente semplificata per il collasso degli archi godrà di una notevole fortuna durante tutto il Settecento e verrà spesso estesa, senza il necessario approfondimento concettuale, anche al calcolo delle volte⁴¹ e delle cupole, con risultati evidentemente deludenti.

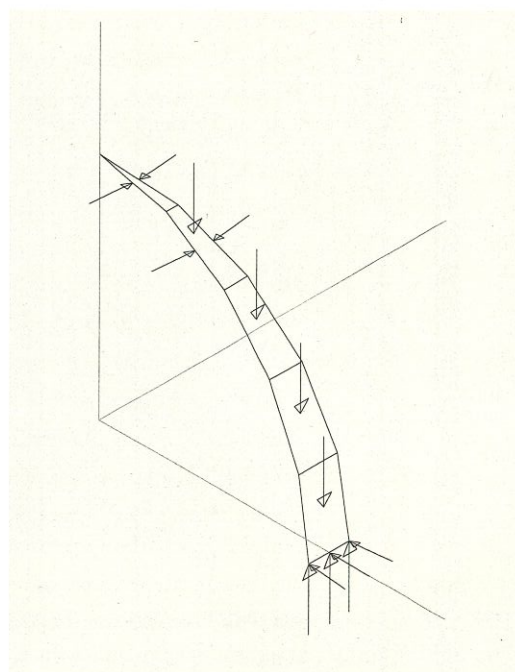
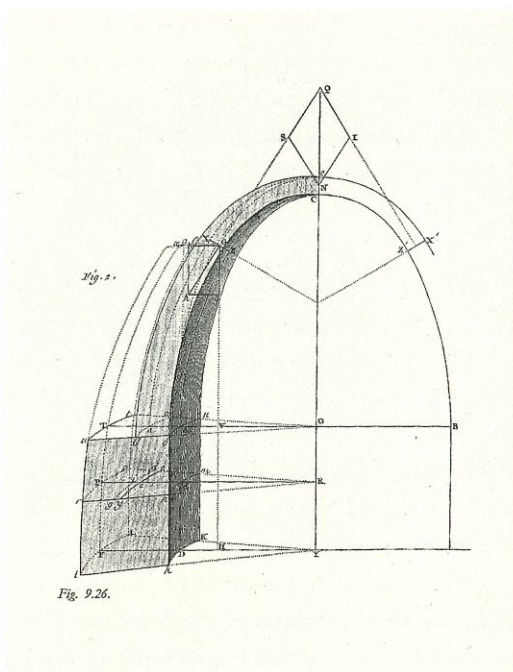
Del resto, a una prima teoria statica sulle cupole si giunse soltanto nel 1734 con l'analisi presentata

Regola geometrica medievale per determinare lo spessore dei piedritti; la legge della leva applicata al calcolo dell'arco, secondo Philippe de la Hire; meccanismo di rottura flessionale secondo Lorenzo Mascheroni (grafici degli autori).



Unghia della volta assimilata a un arco, secondo Charles Bossut (da Benvenuto 1981, p. 349, fig. 9.26).

Sollecitazioni nella cupola in assenza di resistenza a trazione (grafico degli autori).



in una memoria di Pierre Bouguer⁴², in cui essa veniva concepita come generata da una rotazione intorno al proprio asse di una opportuna curva.

Fu tuttavia soltanto dopo il 1770 che ebbe grande sviluppo il dibattito sulle volte e cupole grazie al contributo sull'argomento presentato, sempre a Parigi, dal matematico francese Charles Bossut⁴³, il quale, nell'intento di "fornire formule applicabili alla pratica di un'arte importante dove la saldezza delle costruzioni è legata alla sicurezza dei cittadini", era giunto alla conclusione che la curva di una cupola di spessore uniforme gravata solo del proprio peso non coincideva con la curva catenaria.

A Charles-Augustin de Coulomb (1773) e soprattutto all'abate Lorenzo Mascheroni (1785)⁴⁴ è attribuito il merito di aver innovato il sistema di calcolo delle volte e, di conseguenza, aver determinato un più reale meccanismo di rottura. I loro studi si mossero tuttavia lungo un sentiero già in parte percorso dai tre padri matematici nell'analisi dei dissesti della cupola vaticana e ancora dal solo Bossovich nelle sue indagini sul duomo milanese.

L'innovazione rispetto a de La Hire e de Belidor consisteva nella proposta di un diverso meccanismo di rottura, non per scorrimento del concio di chiave, ma per la formazione di cerniere multiple e rotazione dei conci superiori dell'arco intorno alla cerniera di chiave. Mascheroni inoltre era consapevole del fatto che conveniva "per vari punti dell'arco calcolare l'equazioni proposte; nelle quali se i primi membri che rappresentano l'azione della resistenza riusciranno per tutto maggiori de' secondi che danno l'azione della spinta, potremo prometterci la total sicurezza dell'arco"⁴⁵.

L'analisi delle cupole murarie, e la conseguente introduzione della terza dimensione, rendeva notevolmente complessa la determinazione del comportamento meccanico. La teoria del Bouguer, che estendeva il concetto della curva catenaria, non ebbe fortuna presso i tecnici settecenteschi; la maggior parte di costoro studiò infatti la cupola come costituita di spicchi appoggiati al vertice e applicò a queste unghie le teorie sviluppate per gli archi⁴⁶. In realtà nelle cupole allo sforzo lungo i meridiani si accompagnano sforzi secondo i paralleli tali da operare un mutuo sostegno laterale degli spicchi⁴⁷. In termini moderni diremmo che azioni disposte secondo i paralleli si esercitano su un elemento di cupola; queste azioni sono in grado di equilibrare le forze (lungo il meridiano) tendenti a far slittare l'elemento verso l'interno. Nelle cupole in muratura il materiale ha debole resistenza a trazione e trascurando questa gli sforzi mutui trasmessi lungo il parallelo sono di sola compressione. La presenza di

queste forze orizzontali in assenza di forze equilibranti di verso opposto comporta però il sorgere di spinte nel tamburo che possono essere eventualmente sostituite da cerchiature in ferro.

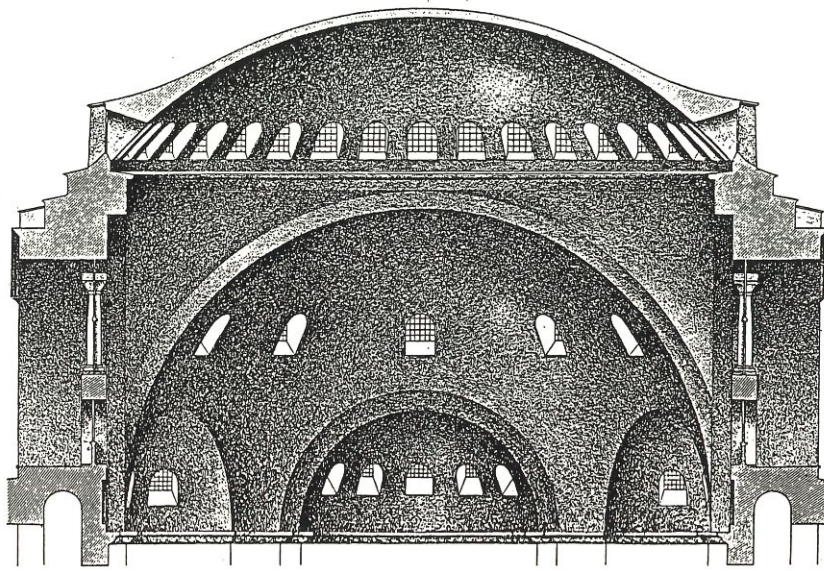
Di questo fenomeno vi era però nei trattatisti settecenteschi, come anche negli studi del Boscovich, soltanto una vaga consapevolezza⁴⁸. Per una sistematizzazione della materia occorrerà infatti attendere il XIX secolo e i contributi di scienziati quali Navier, Lamé e Clapeyron.

I Dialoghi di Ermenegildo Pini

Di diversa portata, rispetto a quelle fin qui citate, sono le argomentazioni pubblicate nel 1770 da Ermenegildo Pini in forma di dialoghi tra i signori Giulio, Emilio e Ottavio. Esse ben rappresentano il livello e la qualità del dibattito nella seconda metà del secolo, incerto tra il rispetto della tradizione e la proiezione in avanti, testimoniato dalla ripresa anche in chiave applicativa e progettuale di tutte le principali questioni discusse dal mondo scientifico europeo⁴⁹. Di rilievo è anche, in questo testo, un primo tentativo di tracciare una storia critica delle scienze delle costruzioni, relativamente almeno alla statica delle cupole.

Nel dialogo *Delle cupole* un primo interlocutore, Emilio, celebrando le principali chiese che nella storia erano state erette con cupole centrali su quattro grandi archi, sosteneva la complessità e l'efficacia delle costruzioni della tradizione cristiana; un secondo interlocutore, Giulio, si assumeva invece il ruolo di difensore della tecnica costruttiva antica contro i più tardi usi "barbari". Principale oggetto del loro contendere era la chiesa di Santa Sofia in Costantinopoli. Giulio la citava come primo esempio di edificio con cupola elevata su quattro archi, giudicandola non conforme all'antica architettura, esemplata per eccellenza dalla rotonda del Pantheon in cui la cupola posava sull'intero perimetro della circonferenza. Santa Sofia era invece esempio paradigmatico dell'architettura dei "tempi barbari", come le sue imitazioni: il duomo di Pisa o la basilica di San Marco in Venezia. Tali edifici, infatti, non avevano la dovuta "fermezza", in quanto la cupola vi posava su quattro soli punti, mentre tutto il resto era in falso, sostenuto unicamente da vele costruite in guisa di archi spezzati. E, a riprova, Giulio ricordava come, appena dodici anni dopo il suo completamento, la cupola di Santa Sofia era parzialmente crollata a seguito di un terremoto. Per Emilio, invece, la chiesa di Costantinopoli era tutt'altro che barbara in quanto per la sua progettazione Giustiniano aveva chiamato Isidoro di Mileto e Antemio di Tralle, noto "meccanico". Anche dopo il crollo, inoltre, non si era minimamente dubitato della sua complessiva stabilità, tanto è vero che la cupola era stata immediatamente ricostruita. I due contendenti giungevano così alla storia più recente, contrapponendo le loro diverse valutazioni circa le moderne cupole di Roma: quelle di Sant'Andrea della Valle, di San Carlo al Corso, di San Carlo ai Catinari, di Santa Maria in Vallicella, di San Rocco, della Madonna dei Monti, di Santa Maria del Popolo, di San Giovanni dei Fiorentini, dei Santi Luca e Martina e, in particolare, di San Pietro. Ancora una volta Giulio sottolineava come tutte, benché costruite con "materia tenace", calce mista a pozzolana, e dai più celebri architetti, avevano sofferto danni proprio in quanto, seguendo l'esempio di Santa Sofia, si erano allontanate dagli esempi antichi. Per Emilio, invece, proprio come in Santa Sofia, non era stata un'intrinseca debolezza, ma solo accidenti esterni, quali terremoti o fulmini, o i processi di assestamento dei materiali, a procurare alle strutture moderne i danni riscontrabili e che, tuttavia, non ne compromettevano la sussistenza.

L'intervento di un terzo interlocutore, Ottavio, aveva infine la funzione di riportare il dibattito sui principi, vale a dire sulla "sicurezza" delle cupole e sulla possibilità "con certa regola [di] provvedere alla loro fermezza": iniziavano dunque i ragionamenti di meccanica, sia pure elementare. In primo luogo vennero presi in esame l'arco, considerato come somma di cunei, e la funzione dell'attrito: per Emilio, le facce dei cunei, prive di attrito, si trasmettevano forze ortogonali ai giunti sino a scaricare il loro sforzo sui sostegni, "i quali, perocché si suppongono immobili, non possono cedere in conto veruno". Giulio ribatteva che la materia non era incompressibile e, inoltre, che i cunei avrebbero po-



Sezione della cupola
di Santa Sofia
a Costantinopoli
(da Mainstone 1988,
p. 127, fig. 154).

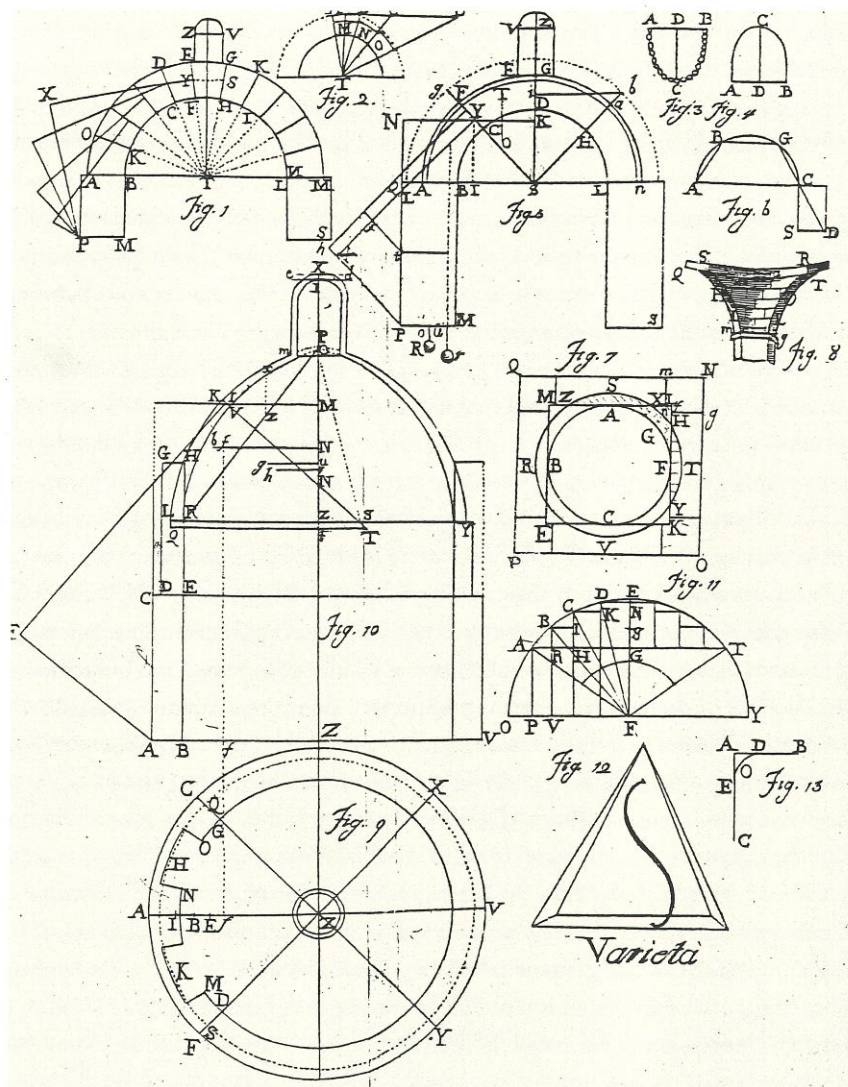
tutto scivolare l'uno sull'altro, sicché l'arco avrebbe potuto cadere senza che cedessero i ritti. Ottavio ricordava invece la presenza dell'attrito nelle volte effettivamente costruite. Infine Emilio mostrava un arco in cui le pietre vicine alla chiave avevano spessore minore delle altre per mantenere l'equilibrio in assenza di attrito: nelle sue argomentazioni compariva inoltre la curva catenaria che, rivolta all'insù, costituiva un arco i cui pesi erano in equilibrio senza attrito. La diffidenza di Giulio, questa volta, chiamava in causa simili "maniere di volte" pubblicate nei libri di de La Hire, Bernoulli, Reyneau: piuttosto curiosità che utili in pratica, mentre i loro calcoli e le loro dimostrazioni geometriche "rapirono a sé l'attenzione ... non altrimenti che quando cometa è apparita, il più degli uomini rivolti al cielo mirano colà ... rimanendo di poi gli animi loro vuoti di ogni utilità". Inoltre, secondo Giulio, la curva catenaria si supponeva non dovesse sostenere altro peso che il proprio, era di brutto aspetto e sforzava eccessivamente sui sostegni.

La posizione rappresentata da Emilio era in sintonia con quella degli scienziati contemporanei. In particolare l'intera questione veniva investigata in quello stesso 1770 dal matematico Bossut: il suo saggio tuttavia non era ancora stato pubblicato e avrebbe visto la luce soltanto nel 1774⁵⁰. Le critiche avanzate da Giulio erano invece di fatto in gran parte errate: si ricordi come un intelligente uso di pesi diversi appesi alla catena abbia consentito al Poleni un giudizio sperimentale sostanzialmente corretto sulla forma della calotta di San Pietro; laddove il peso proprio è preponderante come nelle cupole in muratura, i carichi accidentali muterebbero infatti di poco la forma della catenaria.

Altra questione posta sul tappeto da Ottavio concerneva il corretto proporzionamento dei sostegni di un arco in base alle soluzioni proposte, quaranta anni prima, da de La Hire e in particolare da de Belidor, del quale venivano esposti puntualmente metodo e calcoli per determinare lo spessore dei piedritti. All'obiezione di Emilio, secondo cui sarebbe meglio fare a meno del calcolo, "il quale pare inventato per dare un'aria di meraviglioso, alle cose che per sé sono piane, e manifeste...", e utilizzare invece la "regola del Blondel", Ottavio replicava che quest'ultima era insicura poiché non teneva conto, ad esempio, dell'altezza dei piedritti: all'aumentare di tale altezza, faceva infatti osservare Ottavio, il braccio della forza che tende a ribaltare i sostegni verso l'esterno aumentava linearmente e con questo il momento ribaltante. Ancora una volta Giulio si incaricava di portare una ventata di diffidenza nel dibattito: gli archi potevano essere adattati a sostenere qualunque peso, non così le cupole poggiate in falso sopra le vele, "... che sono quegli archi scemi, e troncati verso la sommità, intercetti tra le curve di due archi uniti ad angolo". La sua era una sfida ai matematici più illustri – Galileo, Leibniz, Newton, Bernoulli – incapaci di calcolare la spinta delle vele e la loro resistenza assie-

me a quella delle altre parti contigue dell'edificio, sia per le irregolarità geometriche degli edifici effettivamente realizzati (curve delle vele non esprimibili con equazioni matematiche), sia per l'intrinseca e insormontabile difficoltà costituita dalle "varie composizioni e distruzioni di forze". Anche Emilio lo assecondava in questo: i grandi architetti del passato, Bramante, Michelangelo, Brunelleschi e altri non erano particolarmente versati nelle scienze meccaniche e nel calcolo eppure avevano eretto grandissime opere. Forzava tuttavia le sue argomentazioni fino a giungere a ricordare una "volgare voce" secondo cui le speculazioni teoriche non giovavano alla pratica e i calcoli dei matematici non portavano a nulla, quando invece per innalzare buoni edifici erano sufficienti la conoscenza dei materiali e della loro messa in opera e quegli aiuti dell'arte ben noti ai capomastri e agli architetti "pratici". Su questo punto, Giulio non lo seguiva più: se era certo vero che molti insigni edifici erano stati eretti da architetti che non si intendevano di meccanica, era però altrettanto vero che molti di questi edifici erano stati soggetti a gravi inconvenienti. La teoria meccanica era dunque di grande aiuto per realizzare opere corrette: lo dimostrava, ad esempio, la straordinaria cupola di St. Paul a Londra, eretta dal Wren, celebre matematico. E purtuttavia Giulio insisteva a negare alle cupole erette su pennacchi la fermezza necessaria: meglio abbandonare – concludeva – la costruzione di edifici che non potevano essere progettati con regole meccaniche certe.

I tre interlocutori proseguivano, a questo punto, con l'analisi in dettaglio di una struttura di nuova



Ermenegildo Pini,
dimensionamento
geometrico delle
cupole e sezione
della chiesa
di San Giuseppe
a Seregno, Milano
(*Dell'Architettura*,
Dialogi, 1770, tav. I).

invenzione, della quale Ottavio si poneva come progettista. Si trattava di una cupola impostata su un tamburo cilindrico: il calcolo si basava sullo studio dell'equilibrio di un quarto di cupola nel quale si risolvevano con acume le difficoltà di ordine geometrico relative al calcolo dei volumi – “le solidità” – e dei loro centri di gravità. La trattazione appare invece piuttosto carente dal punto di vista analitico e meccanico: basti pensare, ad esempio, al contributo in proposito fornito da Bouguer più di trenta anni addietro. Come nelle trattazioni sugli archi anteriori a quelle di Coulomb e di Mascheroni, nel trattato del Pini si ipotizzava infatti a priori che una parte della cupola contribuisse alla spinta (qui i $3/7$ dell'intera calotta), mentre una parte era pensata come facente parte del sostegno e dunque massa resistente. Il momento della spinta veniva confrontato con il momento resistente dato dai pesi delle parti inferiori moltiplicati per le distanze dei rispettivi baricentri dal punto A.

Infine Emilio si chiedeva quale valore fosse da attribuire alle regole usate dai diversi architetti per stabilire lo spessore della calotta in rapporto al diametro della cupola. Secondo Ottavio, che in questo modo portava a conclusione il discorso meccanico, “Quanto debba valere quella regola, che voi dite, il potete comprendere dalla diversità dei pareri, e della pratica degli Architetti; mentre altri, come Carlo Fontana, vogliono, che la grossezza sia la decima parte del diametro; altri hanno usata circa la nona, come fecero a Roma gli Architetti delle Cupole di San Carlo al Corso, del Gesù, di San Carlo a' Catinari, di Sant'Andrea della Valle, e della Madonna de' miracoli; ... qualunque regola stabilita per rapporto al solo diametro non potrà giammai essere seguita con sicurezza ... solo per mezzo del calcolo, che nelle leggi di meccanica ha il suo fondamento, si può determinare la grossezza de' muri di simili edifizii secondo le diverse circostanze”.

Quanto pubblicato da Pini nel 1770 si presenta oggi come singolarmente attuale: anche negli studi moderni ritroviamo le medesime esemplificazioni, e le argomentazioni sono solo in parte dissimili⁵¹. E tuttavia, proprio come l'intera vicenda settecentesca del rapporto tra architettura e meccanica che qui si è tentato di raccontare anche se in estrema sintesi, la componente più rivelatrice di tale analitica trattazione è costituita proprio dal contrasto, sentito allora dagli architetti quasi in modo drammatico, tra il loro sapere consolidato – quelle regole certe stabilite dagli antichi (invocate da Giulio), o almeno dalla consuetudine plurisecolare (alla quale fa appello Emilio) – e le nuove leggi della scienza – la meccanica, il calcolo, la sperimentazione sui materiali (introdotti da Ottavio) – destinate non tanto a rivoluzionare, almeno per il momento, la loro prassi costruttiva, quanto piuttosto il loro sistema di valori e di autorità.

Per la cupola di San Pietro venne adottato il sistema di intervento proposto da un architetto, Luigi Vanvitelli; per la nuova guglia del duomo di Milano, la puntuale analisi meccanica portò ad avallare il progetto redatto autonomamente da un architetto, Francesco Croce. Eppure queste due occasioni possono essere assunte come rappresentative, alla massima scala, di quel processo che nel corso del Settecento portò lentamente gli architetti ad accettare il confronto tra la loro pratica e le leggi della meccanica e, di conseguenza, ad allontanarsi progressivamente dalla concezione prettamente umanistica della loro professione. L'analisi puntuale di strutture esistenti o da realizzarsi, d'altra parte, impose agli scienziati un più compiuto ragionamento applicativo in campo costruttivo e una più attenta valutazione della complessità del progetto, aprendo finalmente la strada per il futuro sviluppo della scienza delle costruzioni.

¹ I temi trattati in questo breve scritto beneficiano delle ricerche compiute in anni recenti principalmente da due studiosi la cui formidabile levatura nel campo della meccanica delle strutture storiche deve essere ancora pienamente compresa: Antonino Giuffrè e Edoardo Benvenuto, i quali sono recentemente scomparsi a un anno di distanza l'uno dall'altro. Gli autori di questo saggio, uno dei quali è stato allievo del professor Giuffrè, si sentono fortemente debitori verso di essi e in misura resa emotivamente più viva a causa della scomparsa del professor Benvenuto avvenuta proprio nei giorni di chiusura del presente scritto e a pochi mesi dalla commemorazione del collega fatta da quest'ultimo con le parole che saranno presto pubblicate per iniziativa dell'Associazione per il Recupero del Costruito.

Testi di riferimento essenziali sono Benvenuto 1981; Giuffrè 1991, in part., per questo paragrafo, pp. 11-19. Data l'ampiezza e la complessità della materia trattata, in nota si farà rimando soprattutto alle fonti settecentesche e alla letteratura specifica espressamente citata.

² Francesco di Giorgio Martini, *Trattati di Architettura Ingegneria e Arte militare*, a cura di Corrado Maltese, Milano 1987, f. 41, tav. 233 e f. 41v tav. 234 a p. 401. Si vedano anche Mussini 1991 e Mussini 1993. Si veda inoltre, in particolare, l'analisi del mausoleo di Teodorico a Ravenna in Morandi 1987.

³ La necessità da parte dell'architetto di sapere bene "quale siano le cagioni che tengano lo edificio insieme, e che lo fanno premanente, e che natura sia quella del peso, e quale sia il desiderio della forza, e in che modo si debbono contessere e collegare insieme, e congiunte che effetto partorischino" (cit. da Giuffrè 1991, p. 16). Leonardo, tuttavia, del quale conosciamo sia gli studi sulla stabilità degli archi (Codice Foster II, f. 82r), sia le considerazioni e sperimentazioni sulla resistenza dei materiali (Codice Atlantico, 82rb) e ancora i suoi contatti col matematico Luca Pacioli, rappresenta infatti — come noto — una proiezione in avanti delle discipline scientifiche applicate all'arte edificatoria.

⁴ Non è stato tentativo degli autori — anzi molto lontani dal pensarlo — quello di stabilire date precise che si ponessero in qualche modo quale crinale, per esempio, tra non conoscenza/conoscenza o empirismo/scienza, convinti come sono del lento sviluppo e del costante intreccio delle conoscenze umane; sarà tuttavia possibile rilevare, nella lettura del testo, alcuni momenti temporali e situazionali, identificati magari con un certo arbitrio, attorno ai quali è possibile individuare entropie importanti per lo sviluppo dell'argomento trattato, tornando utile all'inquadramento del problema.

⁵ Il progresso storico degli studi di meccanica strutturale è stato qui ripercorso con l'ausilio, in particolare, del fondamentale testo di Benvenuto 1981.

⁶ Nel 1627 era crollata la nuova cupola della chiesa del Gesù di Caltanissetta a causa del frettoloso disarmo delle centine (Pirri 1955, pp. 194-195). Ancora la cupola della chiesa dei gesuiti di Palermo era crollata nel 1655 (Bösel, Jeremisen 1986, p. 407 nota 17).

⁷ Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leiden 1638.

⁸ Edmé Mariotte, *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*, Paris 1686.

⁹ Gottfried Wilhelm Leibniz, *Demonstrationes novae de resistentia solidorum*, in *Acta Eruditorum*, Leipzig 1684.

¹⁰ Antoine Parent, *Recherches de Mathématique et de Physique*, Paris 1713.

¹¹ Charles-Augustin de Coulomb, *Essai sur une Application des Règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*, Paris 1776.

¹² Gaston-Ignace Pardies, *La Statique ou les forces mouvantes*, Paris 1673.

¹³ Gottfried Wilhelm Leibniz, *Acta Eruditorum*, Leipzig 1691.

¹⁴ Benvenuto 1981, pp. 53, 137.

¹⁵ Si pensi, ad esempio, alle innumerevoli chiese a cupola costruite ovunque per i gesuiti, del cui "stile" esse sembrano essere divenute parte essenziale (Nobile 1997a, p. 23).

¹⁶ Carlo Fontana, *Dichiaratione dell'operato nella Cupola di Monte Fiascone colla difesa della censura*, 1673; si veda, in proposito, il recente ed esauritivo studio di Marconi 1997.

¹⁷ Carlo Fontana, *Templum Vaticanum et ipsius origo*, Roma 1694, Libro V, cap. XXIV, "Regole per le cupole semplici, effetti di esse e dell'altre doppie", p. 361. È opportuno ricordare che un'altra forma di sapere tecnico derivante dalla geometria, con applicabilità al momento costruttivo, la stereotomia delle volte in pietra, viene divulgata nel corso del secolo per il tramite del trattato di François Derand, *Architecture des voutes*, 1643.

¹⁸ Per l'attività di questi architetti si vedano le schede pubblicate in *In Urbe Architectus* 1991, alle voci.

¹⁹ Hager 1973.

²⁰ Vedi più avanti nel testo.

²¹ *Discorso di Monsignor Gio. Carlo Vespignani sopra la facile riuscita di restaurare il ponte Senatorio hoggi detto ponte Rotto ... aggiuntivi li disegni in rame ... dati alle stampe dal cav. Carlo Fontana*, Roma 1692. Ciò in aperto contrasto con la lezione di Galileo nei *Discorsi*.

²² Jakob Bernoulli 1704, *Varia Posthuma*, opera 2, 1744.

²³ Philippe de La Hire, *Traité de Mécanique*, Paris 1691.

²⁴ Philippe de La Hire, *Sur la construction des voûtes dans les édifices*, Paris 1731.

²⁵ Claude-Antoine Couplet, *De la poussée des voûtes* [1729], in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* 1731; Id., *Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes* [1730], in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* 1732.

²⁶ Bernard Forest de Belidor, *La science des Ingénieurs*, Paris dal 1729 (ed. it. *La scienza degli ingegneri nella direzione delle opere di fortificazione e di architettura civile*, con note del Sig. Navier, Prato 1832): Terzo libro. *La Meccanica delle volte, la spinta delle volte, il modo di determinare la grossezza dei loro piedritti*. All'atto della pubblicazione del libro la teoria di Mariotte era stata superata da quella di Parent, cfr. il paragrafo precedente. Una conferma su questa linea di sovrapposizione tra cultura tecnico-pratica e risultati delle speculazioni scientifico matematiche è ancora rappresentata dallo studio di Giovanni Battista Borra (*Trattato della cognizione pratica delle resistenze geometricamente dimostrato*, Torino 1748), nel quale non sono contenuti nuovi sviluppi ma vengono diffusi argomenti — quali

quello sulla spinta delle terre o quello delle strutture murarie considerate blocchi unici pesanti — già presenti in de Belidor.

²⁷ Giovanni Poleni, *Memorie storiche della gran cupola del tempio vaticano e de' danni di essa, e de' ristoramenti loro*, Padova 1748. Se non altrimenti indicato le fonti citate qui di seguito sono raccolte dal Poleni in questo testo.

²⁸ Si vedano in particolare le formulazioni contenute nel *Liber de ratione ponderis* di Giordano Nemorario (XIII secolo). Su di lui e per la sua trattazione del principio delle velocità virtuali, cfr. Clagett 1972.

²⁹ *Parere di tre matematici sopra i danni...*, in *Scritture concernenti i danni della cupola di S. Pietro di Roma e i loro rimedi*, Venezia, appresso Simone Occhi, s.d.

³⁰ Giovanni Poleni, *Memorie storiche...* cit. Un'importante analisi dei rapporti tra Poleni e Vanvitelli è in Cavallari Murat 1973. Si vedano anche Brusantin 1971 e la recente analisi di Como 1997.

³¹ In particolare egli sembra incline a seguire la via sperimentale di Pieter van Musschenbroek.

³² Baggio 1990.

³³ Nava 1845. Sull'argomento, e in particolare per quanto concerne il progetto in questione, cfr. in questo stesso volume il contributo di Aurora Scotti Tosini.

³⁴ Ciò in perfetto parallelo con il meccanismo di collasso per scivolamento nell'arco secondo de La Hire e de Belidor.

³⁵ Per l'attività di figure professionali di formazione diversa da quella più specificatamente architettonica, in particolare a Roma, cfr. *In Urbe Architectus* 1991, in part. alle voci di Egidio Maria Bordoni, Pietro Hostini, Cornelius Meyer; Da Gai 1991, p. 294; Curcio 1997.

³⁶ La lista dei libri appartenuti a Vittone è in Portoghesi 1966.

³⁷ Bernardo Antonio Vittone, *Istruzioni elementari per indirizzo de' Giovani allo Studio dell'Architettura Civile...*, Lugano 1760.

³⁸ Girolamo Fonda, *Elementi di architettura civile, e militare...*, Roma 1764, parte prima, cap. V.

³⁹ Il ben documentato Frisi cita infatti anche le "sperienze di Musschenbroek" sulla rottura dei "filì di ferro": Paolo Frisi, *Saggio sopra l'architettura gotica*, Livorno 1766, p. 10.

⁴⁰ François Blondel, *Résolution de quatre principaux problèmes d'Architecture*, in *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Depuis 1666 jusqu'à 1699*, Tome V, Paris, 1729.

⁴¹ Si veda, ad esempio, il *Sentimento di Francesco Jacquier (uno dei tre matematici) relativo ai dissesti della volta dell'Oratorio dei Filippini in Roma del 1759* (Pugliano 1991-96).

⁴² Pierre Bouguer, *Sur les lignes courbes qui sont propres à former les voûtes en dôme*, *Mémoires de l'Académie del 19 maggio 1734*.

⁴³ Charles Bossut, *Recherches sur l'équilibre des voûtes*, 1774 e *Nouvelles recherches sur l'équilibre des voûtes en dôme*, *Mémoires de l'Académie*, 1779.

⁴⁴ Lorenzo Mascheroni, *Nuove ricerche sull'equilibrio delle volte*, Bergamo 1785.

⁴⁵ Benvenuto 1981, p. 374.

⁴⁶ Su tale argomento si veda, ad esempio, la prima memoria del Bossut in Benvenuto 1981, p. 344, nota 27.

⁴⁷ Si veda la seconda memoria del Bossut in Benvenuto 1981, p. 344, nota 27.

⁴⁸ Scrive ad esempio Giuseppe Venturoli, il quale, sebbene in epoca più tarda, ricalca l'e

teorie settecentesche: “se quella risultante declina piegando verso l’asse, l’unghia AaMm tenderà a sdruciolare in giù da m verso M; ma essendo la stessa tendenza in tutte le altre unghie che le stanno intorno per tutto il giro della cupola, ed esercitandosi questa tendenza da tutte nello stesso tempo e con forza uguale, ben si vede che tali sforzi s’impediscono e si elidono l’un l’altro” (da Benvenuto 1981, p. 376).

⁴⁹ Ermenegildo Pini, *Dell’Architettura. Dialogi*, Milano 1770.

⁵⁰ Benvenuto 1981, p. 344, nota 27.

⁵¹ Robert Mark, ad esempio, ritiene Santa Sofia un’elegante rielaborazione del Pantheon: “The Hagia Sophia’s designers are often credited with having derived new, revolutionary structure from theoretical mechanics. This argument correlates neither with the state of the art of contemporaneous Byzantine science nor ... point instead to pre-scientific structural

design having been derived ... by experience from earlier construction” (Mark, Westgard 1988, pp. 163-172). Altri tendono invece ad accreditare l’edificio costantinopolitano come struttura rivoluzionaria dal punto di vista statico. Tra questi Rowland J. Mainstone, secondo cui “... the fact that we know, not merely the names of the architects of Hagia Sofia, but also something about their other activities, is one indication of their importance ... Justinian’s choices for the task were Anthemius of Tralles and the elder Isidorus of Miletus. Equally significantly, they are referred to – first by Procopius and later by Agathias – not as architects but as *mechanikoi* ... These terms suggest engineer rather than architect, ... They were not just master-builders ... who knew from experience what could be done, but people able to bring a fresh theoretic insight to new problems” (Mainstone 1988, p. 157; cfr. anche

Mainstone 1997). Dimensionalmente il Pantheon, con il diametro di 43.3 metri era certo la più grande struttura del mondo antico – la stessa cupola di San Pietro ha un diametro interno di poco superiore ai 42 metri – superata solo nel XX secolo, mentre il diametro misurato sugli assi della cupola di Santa Sofia è appena di 32.5 metri. Nota però Mainstone, proprio come Giulio, che in Santa Sofia, diversamente che nel Pantheon, la cupola poggia su quattro grandi arconi (potremmo anche osservare che in direzione longitudinale la spinta della cupola si scarica attraverso due semicupole, configurando quindi una struttura più articolata e complessa di quanto avvenga di norma) e che il suo diametro misurato sulla diagonale è di circa 46 metri. Nel confronto dimensionale con una struttura analoga, la basilica di Massenzio, Santa Sofia risulta notevolmente più grande.